

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ ดีเทอร์มิแนนต์

เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (1)

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

เข้าใจความหมาย และหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่ไม่เกินสาม

สาระสำคัญ

บทนิยาม 11

ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ จะได้ ดีเทอร์มิแนนต์ของ A คือ $ad - bc$

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้ มีดังต่อไปนี้

ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาดเท่ากัน และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ จะได้ว่า

1. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการสลับแถวสองแถวของเมทริกซ์ A แล้ว $\det(B) = -\det(A)$
2. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้ว $\det(B) = c \det(A)$
3. ถ้าเมทริกซ์ A มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกัน แล้ว $\det(A) = 0$
4. $\det(A^t) = \det(A)$

หมายเหตุ ถ้า A มีสมาชิกแถวใดแถวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่งเป็น 0 ทุกตัวแล้ว $\det(A) = 0$

จุดประสงค์การเรียนรู้

แก้ปัญหาเมทริกซ์โดยอาศัยสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ได้

สาระการเรียนรู้

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้ มีดังต่อไปนี้

ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาดเท่ากัน และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ จะได้ว่า

1. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการสลับแถวสองแถวของเมทริกซ์ A แล้ว $\det(B) = -\det(A)$
2. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้ว $\det(B) = c \det(A)$
3. ถ้าเมทริกซ์ A มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกัน แล้ว $\det(A) = 0$
4. $\det(A^t) = \det(A)$

กระบวนการจัดการเรียนรู้

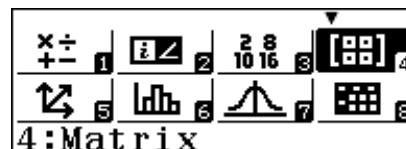
1. ครูทบทวนการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ขนาด 2×2 และ 3×3
2. ครูอธิบายวิธีการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ รุ่น ในการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ เช่นในการ

$\det(A)$ เมื่อ $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ มีขั้นตอนดังนี้

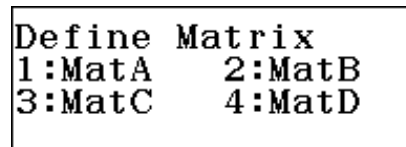
วิธีทำ

- 1) กดปุ่ม **MENU**

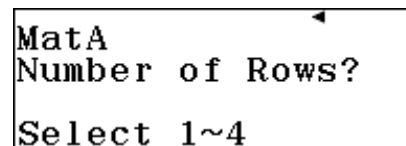
กด **4** เพื่อเลือกเมนู 4: Matrix



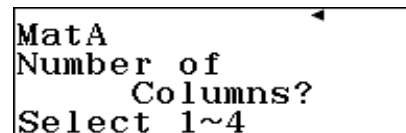
- 2) กดปุ่ม **1** เพื่อสร้าง Matrix A



- 3) กำหนด จำนวนแถว (Row) เป็น 2 กดปุ่ม **2**

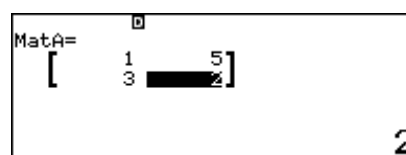


- 4) กำหนด จำนวนหลัก (Columns) เป็น 2 กดปุ่ม **2**

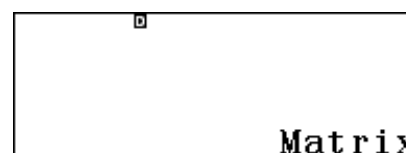


- 5) ใส่สมาชิกในเมทริกซ์ A

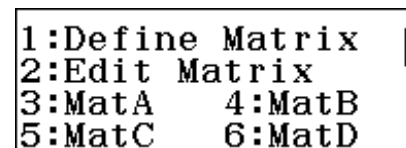
กด **1 = 5 = 3 = 2 =**



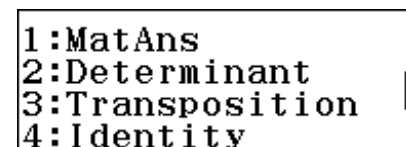
- 6) เสร็จแล้วกดปุ่ม **AC** เพื่อไปหน้าคำนวณ



- 7) กด **OPTN**



กด **▼** ไปอีกหน้าของคำสั่ง



กด **2** เพื่อเลือกคำสั่ง 2:Determinant



8) กด **OPTN**

```
1:Define Matrix
2>Edit Matrix
3:MatA      4:MatB
5:MatC      6:MatD
```

9) เรียกเมทริกซ์ A กด **3** แล้วปิดวงเล็บ **)**

```
Det(MatA)
```

10) ให้เครื่องคำนวณผลลัพธ์ กด **=**

```
Det(MatA) -13
```

- ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
- ครูให้นักเรียนจับคู่ที่นั่งด้วยกัน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (1) โดยให้นักเรียนในแต่ละคู่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ในการสำรวจคำตอบและร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
- ในใบกิจกรรมข้อที่ 1 และ 2 นักเรียนจะสรุปได้ว่าเมื่อสมาชิกแถวใดแถวหนึ่ง (หรือหลักใดหลักหนึ่ง) ของเมทริกซ์ A ทุกตัวเป็น 0 จะได้ $\det(A) = 0$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
- ในใบกิจกรรมข้อที่ 3 และ 4 นักเรียนจะสรุปได้ว่า ถ้า B ได้จากการสลับแถว 2 แถว (หรือ 2 หลัก) ของ A แล้ว $\det(B) = -\det(A)$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
- ในใบกิจกรรมข้อที่ 5 และ 6 นักเรียนจะสรุปได้ว่า ถ้า A มีแถว 2 แถวเหมือนกันหรือหลัก 2 หลักเหมือนกันแล้ว $\det(A) = 0$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
- ในใบกิจกรรมข้อที่ 7 นักเรียนจะสรุปได้ว่า $\det(A') = \det(A)$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
- ในใบกิจกรรมข้อที่ 7 นักเรียนจะสรุปได้ว่า ถ้าคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่งของ A ด้วยค่าคงตัว c แล้ว ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่ได้คือ $c \det(A)$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (1) โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ (ขั้นการฝึกทักษะ)
- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

- เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
- ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (1)
- แบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (1)

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 6
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 6
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 6

เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (1)

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\det(A) =$$

$$\det(B) =$$

$$\det(C) =$$

จากข้อ 1) เมื่อสมาชิกแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ทุกตัวเป็น 0 จะได้ $\det(A) = \dots\dots\dots$

2) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 4 & 0 & 6 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 0 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$

$$\det(A) =$$

$$\det(B) =$$

$$\det(C) =$$

จากข้อ 2) เมื่อสมาชิกหลักใดหลักหนึ่งของเมทริกซ์ A ทุกตัวเป็น 0 จะได้ $\det(A) = \dots\dots\dots$

3) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

3.1 $\det(A) =$

3.2 ถ้า B ได้จากการสลับแถวที่ 1 กับ 3 ของ A จะได้ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $\det(B) =$

3.3 ถ้า C ได้จากการสลับแถวที่ 1 กับ 2 ของ A จะได้ $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $\det(C) =$

3.4 ถ้า D ได้จากการสลับแถวที่ 2 กับ 3 ของ A จะได้ $D = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $\det(D) =$

จากข้อ 3.1-3.4 จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

.....

4) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

4.1 $\det(A) =$

4.2 ถ้า B ได้จากการสลับหลักที่ 1 กับ 3 ของ A จะได้ $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $\det(B) =$

4.3 ถ้า C ได้จากการสลับหลักที่ 1 กับ 2 ของ A จะได้ $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $\det(C) =$

4.4 ถ้า D ได้จากการสลับหลักที่ 2 กับ 3 ของ A จะได้ $D = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $\det(D) =$

จากข้อ 4.1-4.4 จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

.....

5) จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้

5.1 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(A) =$

5.2 $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(B) =$

5.3 $C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(C) =$

จากข้อ 5.1-5.3 จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

.....

6) จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้

6.1 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(A) =$

6.2 $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 4 \\ 5 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(B) =$

6.3 $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 4 & 13 & 13 \\ 5 & 11 & 11 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(C) =$

จากข้อ 6.1-6.3 จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

.....

7) จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้

7.1 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(A') =$

7.2 $B = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(B') =$

7.3 $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(C') =$

จากข้อ 7.1-7.3 จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

.....

8) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ $\det(A) =$

เมื่อคูณสมาชิกทุกตัวในแถวที่ 1 ของ A ด้วย 2 จะได้ $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ $\det(B) = \dots\dots\dots$

เมื่อคูณสมาชิกทุกตัวในแถวที่ 2 ของ A ด้วย 3 จะได้ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 9 & 15 & 12 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ $\det(C) = \dots\dots\dots$

เมื่อคูณสมาชิกทุกตัวในแถวที่ 3 ของ A ด้วย -3 จะได้ $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 4 \\ -3 & -12 & -9 \end{bmatrix}$ $\det(D) = \dots\dots\dots$

จากข้อ 8) จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 6

เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์(1)

1. คำชี้แจง จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1.1 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $\det(A) =$

1.2 $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ $\det(B) =$

1.3 $C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $\det(C) =$

1.4 $D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ $\det(D) =$

2. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ มี $\det(A) = 5$

2.1 $\det \left(\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ c & d \end{bmatrix} \right) =$

2.2 $\det \left(\begin{bmatrix} 5a & b \\ 5c & d \end{bmatrix} \right) =$

2.3 $\det \left(\begin{bmatrix} 3a & 2b \\ 3c & 2d \end{bmatrix} \right) =$

2.4 $\det \left(\begin{bmatrix} 3a & 3c \\ 2b & 2d \end{bmatrix} \right) =$