**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม**

**เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ(ต่อ) เวลา 1 ชั่วโมง**

**ผลการเรียนรู้**

1. เข้าใจลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

**สาระสำคัญ**

บทนิยามของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น  เมื่อ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

**บทนิยาม 5** ให้ **** เป็นจำนวนจริง และ **** เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ถ้า **** มีรากที่ **** แล้ว

****

ในกรณีที่ ****สามารถนิยาม **** ได้เสมอ

ในกรณีที่ ****จะนิยามเฉพาะกรณีที่ **** เป็นจำนวนคี่

**บทนิยาม 6** ให้****เป็นจำนวนจริง โดยที่ ****และ **** เป็นจำนวนตรรกยะ เขียน****

โดยที่ ****เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง และ ห.ร.ม. ของ p และ q เป็น 1 ถ้า **** เป็นจำนวนจริงแล้ว

****

**ทฤษฎีบท 6** ให้ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0

โดยที่ ,  และ  เป็นจำนวนจริง จะได้

1.  = 

2.  = 

3.  = 

4.  =

5.  = 

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. นักเรียนสามารถใช้บทนิยาม และทฤษฎีบทของเลขยกกำลังแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ได้
2. นักเรียนสามารถสรุปหลักการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ และใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการตรวจคำตอบ

**สาระการเรียนรู้**

1. การแก้สมการโดยวิธียกกำลังสองจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบของสมการที่ยกกำลังสองแล้ว ซึ่งบางคำตอบอาจไม่ใช่คำตอบของสมการเดิม จึงต้องมีการตรวจสอบคำตอบที่ได้เสมอว่าเป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่
2. สูตรกำลังสองสมบูรณ์



ตัวอย่างที่ 1 จงหาเซตคำตอบของสมการ 

วิธีทำ จาก 

จะได้ 

x- 2x – 3  0

(x - 3)(x + 1) 0

ดังนั้น x  3 หรือ x  -1

ตรวจสอบค่า x ที่ได้ว่าค่าใดสอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี x  3

แทน x ด้วย 3 ใน 

จะได้  **เป็นจริง**

แสดงว่า 3 สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี x  -1

แทน x ด้วย -1 ใน 

จะได้ 

ซึ่ง 1 -1 **เป็นเท็จ**

แสดงว่า -1 ไม่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ {3}

ตัวอย่างที่ 2 จงหาเซตคำตอบของสมการ 

วิธีทำ จาก 

จะได้ 













ดังนั้น x  2 หรือ x  

ตรวจสอบค่า x ที่ได้ว่าค่าใดสอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี x  2

แทน x ด้วย 2 ใน 

จะได้ **เป็นจริง**

แสดงว่า 2 สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี x  

แทน x ด้วย  ใน 

จะได้ ซึ่ง -1 = **เป็นเท็จ**

แสดงว่า  ไม่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ {2}

ตัวอย่างที่ 3 จงหาเซตคำตอบของสมการ 

วิธีทำ จาก 

จะได้ x + 5  x – 4

5  - 4 **เป็นเท็จ**

ดังนั้น ไม่มีคำตอบของสมการ

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

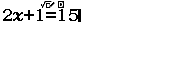
1. ครูทบทวนการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการพิมพ์กรณฑ์ และการแก้สมการ ดังนี้
2. กดปุ่ม w



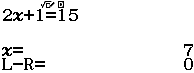
1. กด 1เพื่อเลือกเมนู Calculate



1. ให้นักเรียน พิมพ์  ให้กดปุ่ม s7

1. ให้นักเรียนพิมพ์สมการ 2x + 1 = 15

โดยกด 2[+1Qr15



1. ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ ให้กดปุ่ม

qr= หน้าจอแสดงผลลัพธ์ ดังนี้

1. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าของ x ในใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ตามล่าหาค่า x (ขั้นการสำรวจ)
2. นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างสมการและคำตอบของสมการโดยการตอบคำถามท้ายใบงาน (ขั้นการหาความสัมพันธ์)
3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้สมการในรูปกรณฑ์ และครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ โดยยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 และใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการตรวจคำตอบ (ขั้นการสรุปความสัมพันธ์)
4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 5 เพื่อเพิ่มความเข้าใจในการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ แต่สามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการตรวจสอบคำตอบได้เท่านั้น นักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเอง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มเรียกนักเรียนเฉลยทีละข้อ เพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ (ขั้นการฝึกทักษะ)
5. นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันโดยทำแบบฝึกทักษะ ข้อที่ 13 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มเรียกนักเรียนเฉลยทีละข้อ เพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ (ขั้นประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน)
6. ครูยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบเพื่อแนะนำสิ่งที่นักเรียนมักเข้าใจผิด (ขั้นการแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน) เช่น

7.1 ให้นักเรียนพิจารณาการแก้สมการต่อไปนี้ (ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบได้)

จะได้   

ดังนั้น เซตคำตอบ คือ

ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ เพื่อให้ได้ข้อสรุปว่าคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง เนื่องจากเมื่อตรวจสอบค่า x ที่ได้ในสมการพบว่าไม่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ ดังนั้นในการแก้สมการลักษณะนี้นักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง

7.2 ให้นักเรียนพิจารณาการแก้สมการต่อไปนี้ (ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบได้)

จะได้   

   **เป็นเท็จ**

ดังนั้น เซตคำตอบ คือ 

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าเมื่อแก้สมการแล้วได้คำตอบที่สองข้างของสมการเป็นค่าคงที่ ที่มีค่าไม่เท่ากัน แสดงว่าสมการดังกล่าวไม่มีคำตอบหรือเซตคำตอบของสมการคือเซตว่างนั่นเอง

7.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาการแก้สมการต่อไปนี้ (ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบได้)

จะได้   

ดังนั้น เซตคำตอบ คือ 

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าการแก้สมการดังกล่าวไม่ถูกต้อง เนื่องจาก  ทุกจำนวนจริง x ดังนั้นสมการ    จึงไม่มีคำตอบ

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ ดังนี้ “การแก้สมการโดยวิธียกกำลังสองจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบของสมการที่ยกกำลังสองแล้ว ซึ่งบางคำตอบอาจไม่ใช่คำตอบของสมการเดิม จึงต้องมีการตรวจสอบคำตอบที่ได้เสมอว่าเป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่”

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้**

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 5 ตามล่าหาค่า x
3. แบบฝึกทักษะที่ 5
4. หนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

**การวัดผลและการประเมินผล**

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 5
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

**ใบกิจกรรมที่ 5**

**เรื่อง ตามล่าหาค่า x**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ข้อที่** | **สมการ** | **คำตอบของสมการ** |
| 1 | = 1 |  |
| 2 | =2 |  |
| 3 | =3 |  |
| 4 | =5 |  |
| 5 | =17 |  |
| 6 | =19 |  |
| 7 | =23 |  |
| 8 |  |  |
| 9 | = |  |
| 10 | = -1 |  |

จากตารางข้างต้น

เมื่อ  ถ้า  = a แล้ว 

เมื่อ  ถ้า  = a แล้ว พบว่า ......................................................................................

...............................................................................................................................................................

**แบบฝึกทักษะที่ 5**

**เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงการคำนวณหาค่าต่อไปนี้ โดย**ไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์**

จงแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณ สามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการตรวจสอบคำตอบได้เท่านั้น

1.  - 8 = 0

........................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

2.  + 6 = 10

........................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

3.  = r

........................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

4.  = x – 5

........................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

5.  

..........................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

6. = 2

.....................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

7. = - 3

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

8 = 2

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

9. = x + 3

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

10. = 9

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

11. = 

....................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

12. = 

....................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

13. เมื่อ ค.ศ.1609 – 1618 โยฮันเนส เคพเลอร์ (Johannes Kepler) นักดาราศาสตร์ชาวเยอรมัน ได้สร้างกฎของเคพเลอร์ ( Kepler’s Laws) ซึ่งสามารถหาระยะทางเฉลี่ยจากดาวเคราะห์ไปยังดวงอาทิตย์ได้จากสมการ a = p เมื่อ a แทนระยะทางเฉลี่ยจากดาวเคราะห์ไปยังดวงอาทิตย์ มีหน่วยเป็น AU (Astronomical Unit) และ p แทนเวลาที่ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์ 1 รอบ มีหน่วยเป็นปี จงหาว่า

(ระยะทาง 1 หน่วยดาราศาสตร์(AU) คือ ระยะทางเฉลี่ยจากโลกถึงดวงอาทิตย์ ซึ่งมีค่าประมาณ 1,496×10 เมตร)

13.1 ดาวเนปจูนมีเวลาโคจรรอบดวงอาทิตย์ประมาณ 165 ปี จะมีระยะทางเฉลี่ยจากดาวเนปจูนไปยังดวงอาทิตย์เป็นเท่าใด

....................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

13.2 ดาวศุกร์มีระยะทางเฉลี่ยไปยังดวงอาทิตย์เป็น 0.72 AU ดาวศุกร์จะมีเวลาโคจรรอบดวงอาทิตย์กี่ปี

....................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................