

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรื่อง สมการลอการิทึม (1)

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

แก้สมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

สมการลอการิทึม (logarithmic equation) เป็นสมการที่มีลอการิทึมของตัวแปร การแก้สมการอาจทำได้โดยอาศัยสมบัติต่างๆ ของลอการิทึม ข้อควรระวังคือตัวแปรที่อยู่ภายใต้ลอการิทึมจะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้สมการลอการิทึมได้

สาระการเรียนรู้

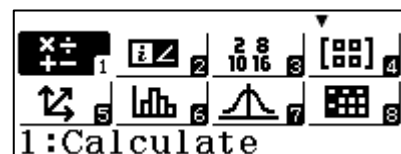
การแก้สมการลอการิทึม เป็นการหาค่าของตัวแปรที่อยู่ในสมการลอการิทึม โดยคำตอบที่ได้ต้องมีค่าสอดคล้องกับฟังก์ชันลอการิทึม

กระบวนการจัดการเรียนรู้

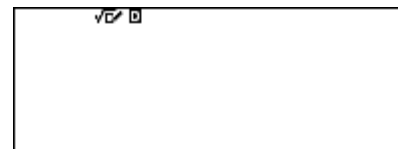
1. ครูทบทวนการหาค่าลอการิทึมโดยใช้เมนู Calculate จากเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO

รุ่น fx-991EX Classwiz ทำได้ดังนี้

- 1.1 กดปุ่ม **MENU**

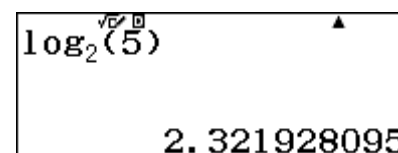


- 1.2 กด **1** เพื่อเลือกเมนู Calculate



- 1.3 กดตัวอย่างหาค่า $\log_2 5$ ดังนี้

log₂ **2** **5** **=**



2. ครุทบทวนสมบัติที่สำคัญของลอการิทึมมีดังต่อไปนี้

กำหนดให้ a, M, N เป็นจำนวนจริงบวกที่ $a \neq 1$ และ k เป็นจำนวนจริง

$$2.1 \quad \log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$2.2 \quad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$2.3 \quad \log_a M^k = k \log_a M$$

$$2.4 \quad \log_a a = 1$$

$$2.5 \quad \log_a 1 = 0$$

$$2.6 \quad \log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M \quad \text{เมื่อ } k \neq 0$$

$$2.7 \quad \log_b a = \frac{1}{\log_a b} \quad \text{เมื่อ } b > 0 \text{ และ } b \neq 1$$

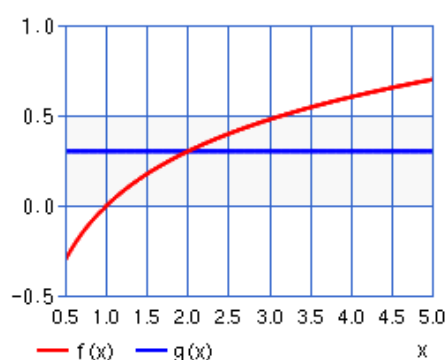
3. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 15 โดยให้นักเรียนแก้สมการโดยใช้เมนู Table และสังเกตค่าที่ได้ (ขั้นการสำรวจ)

- เมื่อให้ $f(x) = \log x$ และ $g(x) = \log 2$ จะได้ค่าของ $f(x)$ และ $g(x)$ ดังนี้

| x | f(x) | g(x) |
|---|--------|-------|
| 1 | -0.301 | 0.301 |
| 2 | 0 | 0.301 |
| 3 | 0.176 | 0.301 |
| 4 | 0.301 | 0.301 |

| x | f(x) | g(x) |
|---|--------|-------|
| 4 | 0.301 | 0.301 |
| 5 | 0.3979 | 0.301 |
| 6 | 0.4771 | 0.301 |
| 7 | 0.544 | 0.301 |

- เมื่อให้ $f(x) = \log x$ และ $g(x) = \log 2$ จะได้กราฟของ $f(x)$ และ $g(x)$ ดังนี้



4. ครูให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 ดังนี้ (ขั้นการหาความสัมพันธ์)

ข้อ 4.1 $\log x = \log 2$

- จากกราฟ $f(x)$ ตัดกับ $g(x)$ หรือไม่ ถ้าตัดตัดกี่จุด (ตัด 1 จุด)
- ถ้า $f(x)$ ตัดกับ $g(x)$ จุดตัดคือ (2, 0.301)
- จากค่าของฟังก์ชันในตารางจะได้ว่า $f(x) = g(x)$ เมื่อ x มีค่าเท่ากับ (2)

- คำตอบของสมการ $\log x = \log 2$ คือ (2)
- คำตอบของสมการกับจุดตัดของ $f(x)$ และ $g(x)$ สัมพันธ์กันอย่างไร (คำตอบของสมการ คือค่า x ในจุดตัด)

ข้อ 4.2 ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาคำตอบของสมการ เช่น

- $\log_3 x = 5$ จะได้ $x = 243 = 3^5$

$$\log_3(x) = 5$$

$$\log_3(x) = 5$$

$$x = 243$$

$$L-R = 0$$

- $\log_2 x = 10$ จะได้ $x = 1024 = 2^{10}$

$$\log_2(x) = 10$$

$$\log_2(x) = 10$$

$$x = 1024$$

$$L-R = 0$$

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้สมการลอการิทึมจากความสัมพันธ์ (ค้นหาความสัมพันธ์)

ข้อ 5.1 $\log x = \log 2$ จะได้ $x = 2$

$\ln x = \ln 3$ จะได้ $x = 3$

ดังนั้น ถ้า $\log_a x = \log_a y$ จะได้ $x = y$

ข้อ 5.2 $\log_3 x = 5$ จะได้ $x = 3^5$

$\log_2 x = 10$ จะได้ $x = 2^{10}$

ดังนั้น ถ้า $\log_a x = k$ จะได้ $x = a^k$

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนของการแก้สมการลอการิทึม (ขั้นสรุป)

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 15 ข้อที่ 1 โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ (ขั้นการฝึกทักษะ)

8. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ในแบบฝึกทักษะที่ 15 ข้อที่ 2 (ขั้นการประยุกต์)

จากสูตรการวัดระดับความเข้มเสียง เป็นการวัดความเข้มเสียงโดยเทียบกับความเข้มเสียงที่หูคนปกติเริ่มได้ยินเป็นเกณฑ์อ้างอิง สามารถหาระดับความเข้มเสียง โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียงมีหน่วยเป็นเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัดมีหน่วยคือ วัตต์/ตารางเมตร

I_0 แทน ความเข้มเสียงที่หูคนปกติเริ่มได้ยิน ซึ่งเท่ากับ 10^{-12} วัตต์/ตารางเมตร

คนที่หูตึงจะได้ยินเสียงที่มีระดับความเข้มเสียงตั้งแต่ 90 เดซิเบลขึ้นไป

ความเข้มเสียงที่น้อยที่สุดที่คนหูตึงได้ยินเท่ากับกี่วัตต์ / ตารางเมตร

วิธีคิด จากสูตร $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

แทนค่า $\beta = 90, I_0 = 10^{-12}$

จะได้ $90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$

$$9 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^9$$

ดังนั้น $I = 10^9 \times 10^{-12} = 10^{-3}$

เพราะฉะนั้น ความเข้มเสียงที่น้อยที่สุดที่คนหูตึงได้ยินเท่ากับ 10^{-3} วัตต์ / ตารางเมตร

9. ครูกยกตัวอย่างที่นักเรียนมักจะเข้าใจผิดบ่อยๆ (ขั้นการแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน) เช่น

$\log_2 x = \log_3 5$ แล้ว $x = 5$ เป็นเท็จ เนื่องจากในสมการฐานของลอการิทึมไม่ใช่ฐานเดียวกัน

แต่จะได้ว่า $x = 2^{\log_3 5} \approx 2.760584038$

| |
|----------------------------------|
| $\log_2(x) = \log_3(5)^{\wedge}$ |
| $x = 2.760584038$ |
| L-R=0 |

10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการแก้สมการลอการิทึม

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 15
2. แบบฝึกทักษะที่ 15
3. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz

การวัดและการประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 15
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 15
3. ประเมินจากการตอบคำถามในชั้นเรียน

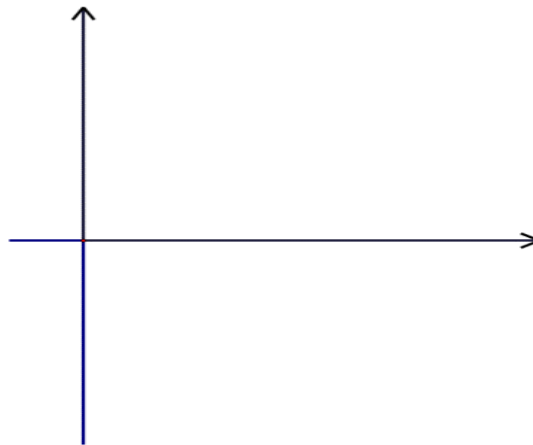
ใบกิจกรรมที่ 15

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เมนู Table ในเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาค่าของ x ในแต่ละข้อ

1. $\log x = \log 2$

| x | $f(x) = \log x$ | $g(x) = \log 2$ |
|-----|-----------------|-----------------|
| 0.5 | | |
| 1 | | |
| 1.5 | | |
| 2 | | |
| 2.5 | | |
| 3 | | |

สร้างกราฟได้ดังนี้



1.1 จากกราฟ $f(x)$ ตัดกับ $g(x)$ หรือไม่ ถ้าตัดตัดกี่จุด.....

1.2 ถ้า $f(x)$ ตัดกับ $g(x)$ จุดตัดคือ

1.3 จากค่าของฟังก์ชันในตารางจะได้ว่า $f(x) = g(x)$ เมื่อ x มีค่าเท่ากับ.....

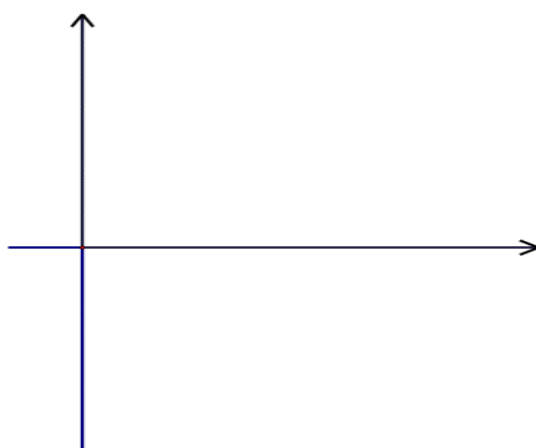
1.4 คำตอบของสมการ $\log x = \log 2$ คือ.....

1.5 คำตอบของสมการกับจุดตัดของ $f(x)$ และ $g(x)$ สัมพันธ์กันอย่างไร

2. $\ln x = \ln 3$

| x | $f(x) = \ln x$ | $g(x) = \ln 3$ |
|-----|----------------|----------------|
| 1 | | |
| 1.5 | | |
| 2 | | |
| 2.5 | | |
| 3 | | |
| 3.5 | | |
| 4 | | |

สร้างกราฟได้ดังนี้



2.1 จากกราฟ $f(x)$ ตัดกับ $g(x)$ หรือไม่ ถ้าตัดตัดกี่จุด.....

2.2 ถ้า $f(x)$ ตัดกับ $g(x)$ จุดตัดคือ

2.3 จากค่าของฟังก์ชันในตารางจะได้ว่า $f(x) = g(x)$ เมื่อ x มีค่าเท่ากับ.....

2.4 คำตอบของสมการ $\ln x = \ln 3$ คือ.....

2.5 คำตอบของสมการกับจุดตัดของ $f(x)$ และ $g(x)$ สัมพันธ์กันอย่างไร

จากกิจกรรมข้างต้นสามารถสรุปได้ดังนี้

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a > 0$ และ $a \neq 1$ ถ้า $\log_a x = \log_a y$ แล้ว.....

3. ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz แก้สมการต่อไปนี้

1. $\log_3 x = 5$ จะได้ $x = \dots\dots\dots = 3^{\dots\dots\dots}$

2. $\log_2 x = 10$ จะได้ $x = \dots\dots\dots = 2^{\dots\dots\dots}$

3. $\log x = 2$ จะได้ $x = \dots\dots\dots = 10^{\dots\dots\dots}$

4. $\log_7 x = 4$ จะได้ $x = \dots\dots\dots = 7^{\dots\dots\dots}$

5. $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$ จะได้ $x = \dots\dots\dots = \left(\frac{1}{2}\right)^{\dots\dots\dots}$

จากกิจกรรมข้างต้นสามารถสรุปได้ดังนี้

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a > 0$ และ $a \neq 1$ ถ้า $\log_a x = k$ แล้ว.....

แบบฝึกทักษะที่ 15

ข้อที่ 1 จงแก้สมการลอการิทึมต่อไปนี้ โดยไม่ใช่เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1.1 $\log(x-5) = \log 3$

.....

.....

.....

.....

1.2 $\log_7(x+2) = \log_7 3$

.....

.....

.....

.....

1.3 $\log_{\sqrt{2}}(2x-1) = 4$

.....

.....

.....

.....

1.4 $\log_{\frac{1}{2}}(5x+2) = -4$

.....

.....

.....

.....

ข้อที่ 2 จากสูตรการวัดระดับความเข้มเสียง เป็นการวัดความเข้มเสียงโดยเทียบกับความเข้มเสียงที่หูคนปกติ
เริ่มได้ยินเป็นเกณฑ์อ้างอิง สามารถหาระดับความเข้มเสียง โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียงมีหน่วยเป็นเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัดมีหน่วยคือ วัตต์/ตารางเมตร

I_0 แทน ความเข้มเสียงที่หูคนปกติเริ่มได้ยิน ซึ่งเท่ากับ 10^{-12} วัตต์/ตารางเมตร

คนที่หูตึงจะได้ยินเสียงที่มีระดับความเข้มเสียงตั้งแต่ 90 เดซิเบลขึ้นไป

ความเข้มเสียงที่น้อยที่สุดที่คนหูตึงได้ยินเท่ากับกัวัตต์ / ตารางเมตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....