

## แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรื่อง สมการเอกซ์โพเนนเชียล

เวลา 1 ชั่วโมง

### ผลการเรียนรู้

แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

### สาระสำคัญ

สมการที่มีตัวแปรเป็นเลขชี้กำลัง เรียกว่า สมการเอกซ์โพเนนเชียล (exponential equation)

ในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล จะใช้สมบัติความเป็นฟังก์ชัน 1-1 ฟังก์ชันเพิ่ม ละฟังก์ชันลดของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

### จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกสมบัติและสามารถนำสมบัติของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปหาคำตอบของสมการได้

### สาระการเรียนรู้

1. การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล สามารถทำได้ 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 การทำให้ฐานของเลขชี้กำลังมีค่าเท่ากัน มีหลักการดังนี้

- จัดให้ฐานของเลขชี้กำลังมีค่าเท่ากัน
- นำเลขชี้กำลังมาสร้างเป็นสมการ
- แก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปร
- ตรวจสอบคำตอบ

วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ มีหลักการดังนี้

- กำหนดให้เลขยกกำลังเป็นตัวแปร
- แทนค่าตัวแปรในสมการเอกซ์โพเนนเชียล
- แยกตัวประกอบพหุนาม
- แก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปร
- ตรวจสอบคำตอบ

2. นิยามฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

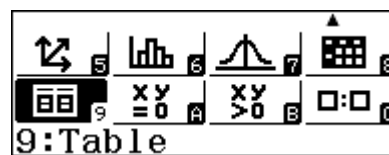
3. ลักษณะของกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

## การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

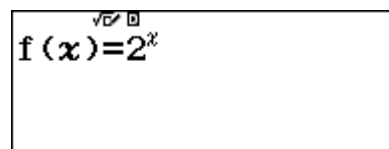
1. ครูทบทวนการแก้สมการกำลังสอง ด้วยวิธีการต่างๆ เช่น การแยกตัวประกอบ การใช้สูตรสำเร็จ
2. ครูให้นักเรียนทำการสำรวจความสัมพันธ์ของ  $2^x$  กับ  $2^{2x}$  โดยทำใบกิจกรรมที่ 9-1 ถอดรหัสสมการซับซ้อน ดังนี้

2.1 เข้าสู่เมนู 9: Table

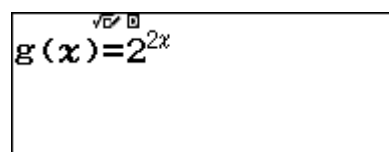
กด **MENU** **9**



2.2 กำหนด  $f(x) = 2^x$

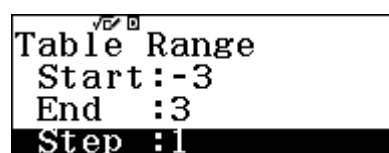


และ  $g(x) = 2^{2x}$



2.3 กำหนด Table range

โดย Start: -3, End: 3, Step 1 ตามลำดับ



2.4 กด **=** หน้าจอจะแสดงตารางค่าของ  $f(x) = 2^x$  และ  $g(x) = 2^{2x}$  ดังนี้

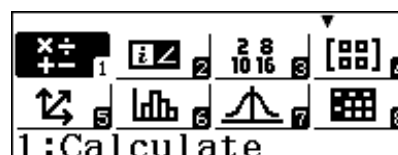
$x$	$f(x)$	$g(x)$
-3	0.125	0.0156
-2	0.25	0.0625
-1	0.5	0.25
0	1	1

$x$	$f(x)$	$g(x)$
0	1	1
1	2	4
2	4	16
3	8	64

2.5 ให้นักเรียนบันทึกค่าของ  $f(x) = 2^x$  และ  $g(x) = 2^{2x}$  ลงในใบกิจกรรม

3. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุปว่า จากกิจกรรมดังกล่าวจะได้ว่า  $2^{2x}$  กับ  $2^x$  มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (นักเรียนควรสรุปได้ว่า  $2^{2x} = (2^x)^2$ ) และถ้ากำหนดให้  $2^x = a$  จะได้  $2^{2x} = a^2$
4. จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการแก้สมการ  $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$  โดยให้นักเรียนลองทำตามขั้นตอนในใบกิจกรรมถอดรหัสสมการซับซ้อน
5. เมื่อนักเรียนสามารถหาค่า  $x$  ได้แล้วให้ลองตรวจสอบคำตอบที่ได้โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ โดยทำดังนี้

5.1 กดปุ่ม **MENU**



5.2 กด **1** เพื่อเลือกเมนู Calculate

5.3 พิมพ์  $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

แล้วกด **SHIFT** **CALC** เพื่อใช้คำสั่ง SOLVE

**หมายเหตุ**  $x=0$  ไม่ใช่คำตอบ แต่คือค่า  $x$  ล่าสุด

และเครื่องต้องการให้ผู้ใช้คาดเดาก่อนว่าคำตอบ

น่าจะเป็นค่าใด แล้วกด **=** จะได้คำตอบแรก คือ

$x = 1$

5.4 กด **SHIFT** **CALC** อีกครั้ง แล้วลองใส่ค่า  $x = 3$  กด

**3** แล้วตามด้วย **=**

5.5 กด **=** อีกครั้ง

6. จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบของสมการที่ได้จากเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์กับคำตอบที่

ได้จากการแก้สมการโดยกำหนดค่าของ  $2^x = a$

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 9 ข้อ 1-2 โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 9 ข้อ 3-6 โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ซึ่งนักเรียนต้อง

ประยุกต์แนวคิดเช่น จาก  $2^x = a$  แล้ว  $2^{2x} = a^2$  ขยายไปสู่  $2^{3x} = a^3$  เป็นต้น

9. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงโจทย์ในใบกิจกรรมที่ 9-2 จริงหรือไม่ โดยให้ใช้เครื่องคำนวณ

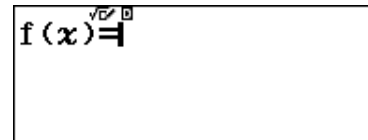
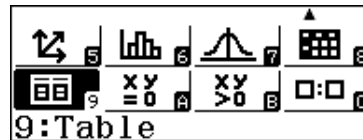
วิทยาศาสตร์ในการตรวจสอบ เช่น

$$3^x = 5^x \quad \text{เป็นสมการที่ไม่มีคำตอบ}$$

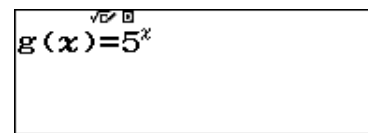
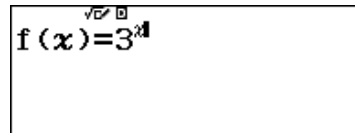
ตรวจสอบโดย

9.1 พิมพ์สมการในเครื่องคำนวณ จากนั้นใช้คำสั่ง Solve เพื่อให้เครื่องคำนวณแสดงคำตอบ

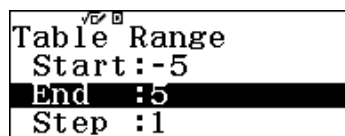
9.2 ถ้าต้องการตรวจสอบว่า 0 เป็นคำตอบเดียวหรือไม่ อาจตรวจสอบโดยใช้เมนู Table



9.3 กำหนด  $f(x) = 3^x$ ,  $g(x) = 5^x$



9.4 กำหนด ค่า x เริ่มต้นที่ -5 สิ้นสุดที่ 5 Step = 1



9.5 กดปุ่ม  $\boxed{=}$  เครื่องคำนวณจะแสดงค่าของ  $f(x)$ ,  $g(x)$  พิจารณาค่า x ที่ทำให้

$$f(x) = g(x)$$

x	f(x)	g(x)
-5	4.1e-8	3.2e-4
-4	0.0123	1.6e-3
-3	0.037	8e-3
-2	0.1111	0.04

-5

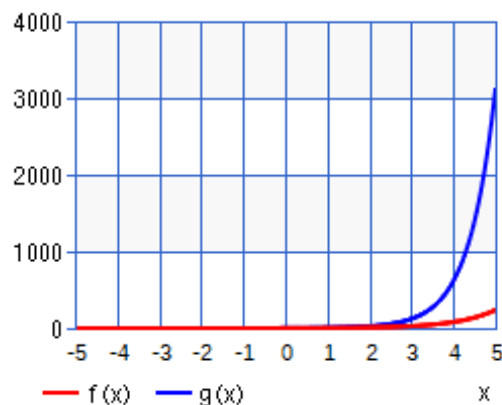
x	f(x)	g(x)
-1	0.3333	0.2
0	1	1
1	3	5
2	9	25

2

x	f(x)	g(x)
3	27	125
4	81	625
5	243	3125

9.6 จะพบว่าแนวโน้มของค่า  $f(x)$ ,  $g(x)$  จากตารางจะเห็นว่า มี  $x = 0$  เพียงค่าเดียวเท่านั้นที่ทำให้  $f(x) = g(x)$

9.7 หรืออาจพิจารณาจากกราฟโดยการสร้าง QR Code และแสดงกราฟผ่าน Application CASIO EDU+ ซึ่งจะได้กราฟ ดังนี้



9.8 จะเห็นว่ากราฟตัดกันเพียง 1 จุด ดังนั้นสมการดังกล่าวจึงมี 1 คำตอบ

- 10.ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลจากใบกิจกรรมที่ 9-2
- 11.ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.2 ข้อ 7 หน้า 146 ในหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 9-1 ถอดรหัสสมการซับซ้อน
2. ใบกิจกรรมที่ 9-2 จริงหรือไม่
3. แบบฝึกทักษะที่ 9
4. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
5. หนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

### การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 9-1 ถอดรหัสสมการซับซ้อน
2. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 9-2 จริงหรือไม่
3. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 9
4. ประเมินจากการตอบคำถามในชั้นเรียน

## ใบกิจกรรมที่ 9-1

### ถอดรหัสสมการซับซ้อน

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ fx-991 รุ่น EX Classwiz หาค่าในแต่ละข้อ แล้วบันทึกค่าที่ได้ลงในตาราง

#### ตอนที่ 1

$x$	$f(x) = 2^x$	$g(x) = 2^{2x}$
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

จากตารางข้างบน

- 1) แต่ละค่าของ  $x$  ค่าของ  $f(x)$  และ  $g(x)$  สัมพันธ์กัน

อย่างไร.....

- 2) จากความสัมพันธ์ดังกล่าวถ้า

กำหนดให้  $2^x = a$  จะได้ว่า  $2^{2x} = \dots\dots\dots$

#### ตอนที่ 2

พิจารณาสมการ  $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$  ถ้าอาศัยข้อสรุปจาก ข้อ 2)

ถ้ากำหนดให้  $2^x = a$  จะได้ว่า  $2^{2x} = \dots\dots\dots$

ดังนั้นสมการ  $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

จึงเขียนได้เป็น .....

แยกตัวประกอบ .....

.....

จึงได้ว่า  $a = \dots\dots\dots$  หรือ  $a = \dots\dots\dots$

ดังนั้น  $2^x = \dots\dots\dots$  หรือ  $2^x = \dots\dots\dots$

จะได้  $x = \dots\dots\dots$  หรือ  $x = \dots\dots\dots$

ตรวจคำตอบของสมการโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์พบว่า

.....

.

ดังนั้นคำตอบของสมการ

คือ .....

### แบบฝึกทักษะที่ 9

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงการคำนวณหาคำตอบทุกข้อ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1.  $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

2.  $3^{2x+3} - 55 = 28(3^x - 2)$

.....

.....

.....

.....

.....

3.  $4(4^{2x} + 4^{-2x}) = 17$

.....

.....

.....

.....

.....

4.  $2^{3x} - 14 \cdot 2^{2x} + 56 \cdot 2^x - 64 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

5.  $3^{4x+2} - 9^{2x-1} + 81^x = 89$

.....

.....

.....

.....

6.  $2^x \cdot x^2 - 9 \cdot 2^x = 0$

.....

.....

.....

.....



## ใบกิจกรรมที่ 9-2

### จริงหรือไม่

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาสมการและคำตอบของสมการต่อไปนี้ แล้วระบุว่า จริงหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล

1.  $3^x = 5^x$

เป็นสมการที่ไม่มีคำตอบ

2.  $2^x = x^2$

เป็นสมการที่มี 2 เป็นคำตอบเพียงคำตอบเดียว

3.  $2^{x^2} = 4^x$

เป็นสมการที่มี 2 เป็นคำตอบเพียงคำตอบเดียว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....