

ระดับมัธยมศึกษา  
ตอนต้น

# คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



จัดทำโดย  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
กระทรวงศึกษาธิการ



## คำนำ

คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนี้ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นแนวทางให้กับสถานศึกษาและผู้สอนคณิตศาสตร์ สามารถจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือการใช้หลักสูตรเล่มนี้ได้เสนอที่มาของการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตร เป้าหมายหลักสูตร การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตร สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมทั้งความรู้เพิ่มเติมสำหรับผู้สอนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ขอขอบคุณครู อาจารย์ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาจากสถาบันต่าง ๆ ที่ให้ความเห็นและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการจัดทำคู่มือการใช้หลักสูตร สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คู่มือการใช้หลักสูตรเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อผู้สอน สถานศึกษา และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษา ในการวางแผนและจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้และทักษะที่จำเป็นสำหรับการใช้ชีวิตและการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น ทั้งนี้ หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้คู่มือการใช้หลักสูตรเล่มนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้งให้ สสวท. ทราบด้วย จักขอบคุณยิ่ง

(นางพรพรรณ ไวทยางกูร)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

## สารบัญ

ที่มาของการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตร	4
· ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชาติและนานาชาติ	5
· ผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	6
· ผลการวิเคราะห์และประเมินร่างหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์จากต่างประเทศ	
เป้าหมายหลักสูตร	7
การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตร	8
เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์	11
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	12
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	14
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์	15
คุณภาพผู้เรียน	16
· จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	16
ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	17
คำอธิบายประกอบตัวชี้วัด	28
ผังสาระการเรียนรู้แกนกลาง	52
การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์	60
· แนวทางการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์	61
· ตัวอย่างแนวทางการจัดการเรียนรู้และการวัดผลประเมินผลตามตัวชี้วัด	64
ความรู้เพิ่มเติมสำหรับผู้สอนคณิตศาสตร์	88
· การสอนสถิติในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	88
· การใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	97
ภาคผนวก	110
· แหล่งความรู้เพิ่มเติม	110
· อภิธานศัพท์	121
บรรณานุกรม	125
คณะผู้จัดทำ	127



## 1

## ที่มาของการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตร

นับตั้งแต่การปฏิรูปการศึกษาในปีพุทธศักราช 2542 เป็นเวลากว่า 15 ปีแล้วที่ประเทศไทยได้มีการประกาศใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และปรับปรุงเป็นหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในขณะที่โลกมีการเปลี่ยนแปลงในทุก ๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้าน เศรษฐกิจ สังคม สิ่งแวดล้อม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี โดยเฉพาะด้าน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่มีความรู้และนวัตกรรมเกิดขึ้นอย่างหลากหลาย ในเวลาอันรวดเร็ว ส่งผลให้หลายประเทศทั่วโลกมีการพัฒนาทางการศึกษา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี เพื่อเตรียมประชากรให้พร้อมกับการเปลี่ยนแปลง จึงมีความจำเป็นที่ประเทศไทยจะต้องมีการปรับหลักสูตร คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ให้มีความทันสมัย สอดคล้องกับ ความรู้และทักษะที่จำเป็นในโลกปัจจุบันและอนาคต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ในฐานะหน่วยงานที่รับผิดชอบการพัฒนาหลักสูตรและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของประเทศไทย ได้พัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีขึ้น เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลง ดังกล่าว โดยพิจารณาร่างกรอบยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี (พ.ศ. 2560 – 2579) ที่ กำหนดเป้าหมายและลักษณะของคนไทยใน 20 ปีข้างหน้า รวมถึงแผนพัฒนา เศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติฉบับที่ 12 (พ.ศ. 2560 – 2564) ที่มุ่งให้การศึกษา และการเรียนรู้มีคุณภาพได้มาตรฐานสากล พัฒนาคอนไทยให้มีทักษะการคิด สังเคราะห์ สร้างสรรค์ ต่อยอดสู่นวัตกรรม มีทักษะชีวิตและอาชีพ ทักษะ สารสนเทศ สื่อ และเทคโนโลยี มีการเรียนรู้ต่อเนื่องตลอดชีวิต และส่งเสริมระบบ การเรียนรู้ที่บูรณาการระหว่างวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และ คณิตศาสตร์ (STEM Education) เพื่อพัฒนาผู้สอนและผู้เรียนในเชิงคุณภาพ โดยเน้นการเชื่อมโยงระหว่างการเรียนรู้กับการทำงาน (Work Integrated Learning) นอกจากนี้ สสวท. ได้ศึกษาแนวโน้มด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี พบว่าประเทศต่าง ๆ ทั่วโลก ให้ความสำคัญกับ ทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม (Learning and Innovation Skills) ที่จำเป็น สำหรับคริสต์ศตวรรษที่ 21 (Partnership for the 21<sup>st</sup> Century Skills, 2016) ได้แก่ การคิดแบบมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหา (Critical Thinking and Problem-Solving) การสื่อสาร (Communication) การร่วมมือ (Collaboration) และการคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (Creativity and Innovation) ควบคู่ ไปกับความสามารถในการใช้เทคโนโลยีได้อย่างเหมาะสม

ในการพัฒนามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สสวท. ได้ศึกษาผลการ ประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชาติและนานาชาติ ผลการวิจัย และติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และ ผลการวิเคราะห์และประเมินหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์จากต่างประเทศ โดยมีรายละเอียดดังนี้

**ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชาติและนานาชาติ ระดับชาติ** ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนจากการทดสอบ ระดับชาติ (National Testing: NT) ในหลายปีที่ผ่านมา บ่งชี้ให้เห็นคะแนนเฉลี่ย ของความสามารถพื้นฐานในด้านคำนวณ (Numeracy) และด้านเหตุผล (Reasoning Ability) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทั่วประเทศ ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคะแนนเฉลี่ยความสามารถด้าน คำนวณต่ำกว่าทุก ๆ ด้าน เช่นเดียวกับการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ ขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ที่บ่งชี้ว่าผู้เรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ

**ระดับนานาชาติ** ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ค.ศ. 2011 โดย IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) บ่งชี้ว่าผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ทั้งในด้าน เนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับต่ำ (Low International Benchmark) รวมถึงผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ TIMSS ค.ศ. 2015 ที่แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทยยังคงมีคะแนนเฉลี่ย คณิตศาสตร์ ทั้งในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับต่ำ (Low International Benchmark) นอกจากนี้ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของผู้เรียนในโครงการ PISA (Programme for International Student



Assessment) ซึ่งเป็นโครงการประเมินความสามารถในการใช้ความรู้และทักษะของผู้เรียนที่มีอายุ 15 ปี ในด้านการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ จัดโดย OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) ก็บ่งชี้เช่นกันว่า ผู้เรียนไทยที่มีอายุ 15 ปี ซึ่งส่วนใหญ่เรียนอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หรือ 4 มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของ OECD ทั้งใน ค.ศ. 2012 และ ค.ศ. 2015

ข้อมูลจากโครงการ PISA ใน ค.ศ. 2012 ยังมีข้อสังเกตว่า ผู้เรียนไทยอายุ 15 ปี มีเวลาเรียนคณิตศาสตร์ต่อสัปดาห์น้อยกว่าเมื่อเทียบกับเวลาเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนประเทศอื่น ๆ ที่มีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ในอันดับต้น ๆ เช่น จีน สิงคโปร์ เกาหลีใต้ ญี่ปุ่น รวมถึงเวียดนาม

### ผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายงานว่ามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดมีจำนวนมากและมีความซ้ำซ้อนในกลุ่มสาระ โดยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในกลุ่มสาระที่มีข้อเสนอแนะให้ทบทวนตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2557)

### ผลการวิเคราะห์และประเมินร่างหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์จากต่างประเทศ

ในการพัฒนามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สสวท. ใช้ข้อมูลที่กำลังกล่าวมาข้างต้นประกอบการพัฒนาต้นร่างหลักสูตรดังกล่าว โดยร่วมมือกับผู้ทรงคุณวุฒิผู้เชี่ยวชาญ อาจารย์และครู พร้อมทั้งได้ทำประชาพิจารณ์เพื่อรวบรวมความคิดเห็นจากบุคคลที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา และร่วมกับ CIE (Cambridge International Examinations) ซึ่งเป็นหน่วยงานของสหราชอาณาจักรที่มีความเชี่ยวชาญด้านการประเมินระบบการศึกษาและการพัฒนาหลักสูตรเป็นที่ยอมรับในระดับนานาชาติ เพื่อประเมินคุณภาพของร่างหลักสูตร โดย CIE ได้พิจารณาองค์ประกอบหลักในการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 ด้าน คือ หลักสูตร

การจัดการเรียนรู้ และการวัดผลประเมินผล พบว่า หลักสูตรนี้สะท้อนถึงวิธีการสอนที่ทันสมัย ครอบคลุมเนื้อหาที่จำเป็น ทัดเทียมนานาชาติ มีการเชื่อมโยงเนื้อหากับชีวิตจริง เน้นการพัฒนาทักษะต่าง ๆ ทั้งทักษะทางคณิตศาสตร์ และทักษะในคริสต์ศตวรรษที่ 21 มีการออกแบบหลักสูตรได้เหมาะสมกับระบบการศึกษาในโลกสมัยใหม่ โดยส่งเสริมให้มีการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนรู้ สามารถเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียนเพื่อให้เป็นผู้ที่มีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ และเป็นผู้ที่มีความพร้อมในการทำงานหรือการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น (Cambridge, 2015; 2016)

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น สสวท. จึงได้กำหนดเป้าหมายหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

## 2

### เป้าหมายหลักสูตร

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบหลักสูตร ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด หลักการ ทฤษฎี ในสาระคณิตศาสตร์ที่จำเป็น พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ได้
2. มีความสามารถในการแก้ปัญหา สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยง ให้เหตุผล และมีความคิดสร้างสรรค์
3. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าและตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น ตลอดจนการประกอบอาชีพ
4. มีความสามารถในการเลือกใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยีและแหล่งข้อมูลที่เหมาะสมเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน และการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ



## 3

## การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตร

จากข้อมูลผลการวิจัยข้างต้นและเป้าหมายของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ทำให้หลักสูตรมีการเปลี่ยนแปลงในด้านต่าง ๆ ดังนี้

### การเปลี่ยนแปลงด้านการจัดสาระการเรียนรู้

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยได้แยกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ออกจากสาระการเรียนรู้ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังคงประกอบไปด้วย 5 ทักษะเดิม ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ โดยกำหนดให้มีการประเมินความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการประเมินด้านเนื้อหาสาระ ดังจะเห็นได้จากการเปลี่ยนแปลงของตัวชี้วัดและผลการเรียนรู้ที่ระบุไว้ในหลักสูตร

### การเปลี่ยนแปลงด้านเนื้อหา

การจัดการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนั้น จะต้องอาศัยความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับธรรมชาติวัยรุ่น มีความเชื่อมั่นในศักยภาพของผู้เรียน มุ่งหวังให้ผู้เรียนทุกคนมีความรู้และทักษะที่จำเป็นและเพียงพอกับการดำรงชีวิตในโลกอนาคตที่มีการพัฒนาและเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว รวมถึงการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น อีกทั้งสนับสนุนให้ทุกคนมีสิทธิในการเรียนรู้และให้โอกาสในการเรียนรู้ในบริบทที่ทำนาย

การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้สอดคล้องกับปรัชญาดังกล่าวข้างต้น จึงจำเป็นต้องมีการปรับเปลี่ยนเนื้อหาบางส่วนในหลักสูตรคณิตศาสตร์ กล่าวคือ เดิมในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบ่งเนื้อหาออกเป็นสาระการเรียนรู้พื้นฐานที่ทุกคนต้องเรียน และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมที่โรงเรียน

จัดให้ตามความเหมาะสม แต่จากการติดตามผลการใช้หลักสูตรพบว่า มีสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมบางส่วนที่มีความจำเป็นสำหรับผู้เรียนทั่วไปที่ควรรู้ เช่น พหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม ฟังก์ชันกำลังสอง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม อัตราส่วนตรีโกณมิติ แต่นักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นวัยที่กำลังค้นหาความเชี่ยวชาญของตน บางส่วนไม่ได้เรียน ด้วยโรงเรียนไม่ได้จัดรายวิชาเพิ่มเติมให้นักเรียนทุกคนได้เรียน ทำให้เป็นปัญหาเมื่อนักเรียนศึกษาต่อในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จึงได้จัดเนื้อหาเหล่านี้ไว้ให้ทุกคนได้เรียน พร้อมทั้งจัดเรียงเนื้อหาและความยากง่ายในแต่ละชั้นปีให้มีความเหมาะสม

โดยสรุป กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ได้มีการเปลี่ยนแปลงไปจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในด้านเนื้อหา ดังนี้



**เนื้อหาที่ตัดออก** จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551  
รายวิชาพื้นฐานรวมกับรายวิชาเพิ่มเติมเดิม

จำนวนและพีชคณิต	การวัดและเรขาคณิต	สถิติและความน่าจะเป็น
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย (ม.1)</li> <li>■ การประมาณค่า (ม.1)</li> <li>■ ระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ (ม.1)</li> <li>■ การแปรผัน (ม.2)</li> <li>■ เศษส่วนของพหุนาม (ม.2 และ ม.3)</li> <li>■ การแยกตัวประกอบโดยใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือ (ม.3)</li> <li>■ การดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับกรณฑ์ (ม.3)</li> <li>■ ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง (ม.3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน (ม.1)</li> <li>■ การวัด (ม.2)</li> </ul>	-

**เนื้อหาที่เพิ่ม** ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

จำนวนและพีชคณิต	การวัดและเรขาคณิต	สถิติและความน่าจะเป็น
-	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ม.3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ คำถามทางสถิติ (ม.1)</li> <li>■ แผนภาพจุด (ม.2)</li> <li>■ แผนภาพต้น - ใบ (ม.2)</li> <li>■ แผนภาพกล่อง (ม.3)</li> </ul>

เพื่อให้การจัดการเรียนรู้ภายใต้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกิดประสิทธิภาพสูงสุด สถานศึกษาควรจัดสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมให้กับนักเรียนทุกคนตามความเหมาะสม ซึ่งแนวทางหนึ่งที่เป็นไปได้คือ การจัดให้สาระการเรียนรู้เพิ่มเติมเป็นสาระสำหรับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ภายใต้สาระการเรียนรู้แกนกลางที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

## 4

### เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยผู้เรียนจะได้เรียนรู้สาระสำคัญดังนี้



**จำนวนและพีชคณิต** เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



**การวัดและเรขาคณิต** เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



**สถิติและความน่าจะเป็น** เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ



## 5

## สาระและมาตรฐานการเรียนรู้



### สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

#### มาตรฐาน ค 1.1

เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

#### มาตรฐาน ค 1.2

เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

#### มาตรฐาน ค 1.3

ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้



### สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

#### มาตรฐาน ค 2.1

เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเน ขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

#### มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของ รูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้



### สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

#### มาตรฐาน ค 3.1

เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

**มาตรฐาน ค 3.2** เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้



## 6

## ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้



1

**การแก้ปัญหา** เป็นความสามารถในการทำ ความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้ง ตรวจสอบความถูกต้อง

2

**การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปลผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3

**การเชื่อมโยง** เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิจริง

4

**การให้เหตุผล** เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้ง เพื่อนำไปสู่ การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5

**การคิดสร้างสรรค์** เป็นความสามารถใน การขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่ เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

## 7

## คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เพื่อให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้
3. มีความมุ่งมั่นในการทำ ความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่น อย่างสมเหตุสมผล
5. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจ หรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ





## 8 คุณภาพผู้เรียน

### เมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ
- มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่อง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็น และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

## 9 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

### สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจจำนวนตรรกยะและความสัมพันธ์ของจำนวนตรรกยะ และใช้สมบัติของจำนวนตรรกยะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง 2. เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>จำนวนตรรกยะ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>จำนวนเต็ม</li> <li>สมบัติของจำนวนเต็ม</li> <li>ทศนิยมและเศษส่วน</li> <li>จำนวนตรรกยะและสมบัติของจำนวนตรรกยะ</li> <li>เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนเต็มจำนวนตรรกยะ และเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
3. เข้าใจและประยุกต์ใช้อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>อัตราส่วน</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน</li> <li>สัดส่วน</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>



มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้สมบัติของการเท่ากันและสมบัติของจำนวน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	<b>สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</li> <li>■ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>
2. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>สมการเชิงเส้นสองตัวแปร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ กราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้น</li> <li>■ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้นไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>
3. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง	<b>การสร้างทางเรขาคณิต</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</li> <li>■ การสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>
2. เข้าใจและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ	<b>มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ</li> <li>■ ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและแปลความหมายข้อมูล รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม	<b>สถิติ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การตั้งคำถามทางสถิติ</li> <li>■ การเก็บรวบรวมข้อมูล</li> <li>■ การนำเสนอข้อมูล <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ แผนภูมิรูปภาพ</li> <li>▶ แผนภูมิแท่ง</li> <li>▶ กราฟเส้น</li> <li>▶ แผนภูมิรูปวงกลม</li> </ul> </li> <li>■ การแปลความหมายข้อมูล</li> <li>■ การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

### สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

#### มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน

ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน

ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>จำนวนตรรกยะ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญห</li> </ul>
2. เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>จำนวนจริง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>จำนวนอตรรกยะ</li> <li>จำนวนจริง</li> <li>รากที่สองและรากที่สามของจำนวนตรรกยะ</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้</li> </ul>

### มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจหลักการดำเนินการดำเนินการของพหุนาม และใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>พหุนาม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>พหุนาม</li> <li>การบวก การลบ และการคูณของพหุนาม</li> <li>การหารพหุนามด้วยเอกนามที่มีผลหารเป็นพหุนาม</li> </ul>
2. เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>การแยกตัวประกอบของพหุนาม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้ <ul style="list-style-type: none"> <li>สมบัติการแจกแจง</li> <li>กำลังสองสมบูรณ์</li> <li>ผลต่างของกำลังสอง</li> </ul> </li> </ul>

### สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

#### มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>พื้นที่ผิว</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>การหาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญห</li> </ul>
2. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>ปริมาตร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>การหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญห</li> </ul>



## มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิตตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง	<b>การสร้างทางเรขาคณิต</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>
2. นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>เส้นขนาน</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม</li> </ul>
3. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>การแปลงทางเรขาคณิต</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การเลื่อนขนาน</li> <li>■ การสะท้อน</li> <li>■ การหมุน</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
4. เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>ความเท่ากันทุกประการ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
5. เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

## สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น - ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง โดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม	<b>สถิติ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูล <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ แผนภาพจุด</li> <li>▶ แผนภาพต้น - ใบ</li> <li>▶ ฮิสโทแกรม</li> <li>▶ ค่ากลางของข้อมูล</li> </ul> </li> <li>■ การแปลความหมายผลลัพธ์</li> <li>■ การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

## สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน

ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>การแยกตัวประกอบของพหุนาม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง</li> </ul>
2. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>ฟังก์ชันกำลังสอง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>



มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์  
หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	<b>อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</li> <li>■ การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
2. ประยุกต์ใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>สมการกำลังสองตัวแปรเดียว</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> <li>■ การแก้อสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้อสมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
3. ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>ระบบสมการ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร</li> <li>■ การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>พื้นที่ผิว</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม ไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
2. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>ปริมาตร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การหาปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม ไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3



มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต  
ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>ความคล้าย</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับความคล้ายไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
2. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	<b>อัตราส่วนตรีโกณมิติ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>อัตราส่วนตรีโกณมิติ</li> <li>การนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศาไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>
3. เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<b>วงกลม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>วงกลม คอร์ด และเส้นสัมผัส</li> <li>ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพกล่อง และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม	<b>สถิติ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>ข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล <ul style="list-style-type: none"> <li>แผนภาพกล่อง</li> </ul> </li> <li>การแปลความหมายผลลัพธ์</li> <li>การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและนำผลที่ได้ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	<b>ความน่าจะเป็น</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>เหตุการณ์จากการทดลองสุ่ม</li> <li>ความน่าจะเป็น</li> <li>การนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3



## 10

## คำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

คำอธิบายประกอบตัวชี้วัดภายใต้ตัวชี้วัดแต่ละตัว มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเสริมความเข้าใจให้ผู้สอนได้เห็นแนวทางในการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้บรรลุตัวชี้วัดนั้น ๆ ทั้งนี้เพื่อให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นไปในทิศทางเดียวกันและมีมาตรฐานทัดเทียมในระดับประเทศและนานาชาติ โดยตัวชี้วัดบางตัว ผู้สอนอาจเพิ่มคำอธิบายประกอบตัวชี้วัดให้มีความเหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนหรือสถานศึกษา

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

## สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<b>จำนวนตรรกยะ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ จำนวนเต็ม</li> <li>■ สมบัติของจำนวนเต็ม</li> <li>■ ทศนิยมและเศษส่วน</li> <li>■ จำนวนตรรกยะและสมบัติของจำนวนตรรกยะ</li> <li>■ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนเต็มจำนวนตรรกยะ และเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจจำนวนตรรกยะและความสัมพันธ์ของจำนวนตรรกยะ และใช้สมบัติของจำนวนตรรกยะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ เข้าใจจำนวนบวกและจำนวนลบ ใช้จำนวนแทนปริมาณในบริบทของชีวิตจริง และอธิบายความหมายของ 0 ในแต่ละสถานการณ์</li> <li>◇ เปรียบเทียบจำนวนตรรกยะ และเขียนแทนจำนวนตรรกยะด้วยจุดบนเส้นจำนวน</li> <li>◇ บวก ลบ คูณ และหารจำนวนตรรกยะ โดยใช้การคิดในใจ ใช้การเขียนแสดงการคำนวณ และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม</li> <li>◇ นำสมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ และสมบัติการแจกแจง มาประยุกต์ใช้ในการคิดคำนวณ</li> <li>◇ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวนตรรกยะ</li> <li>◇ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ (เปอร์เซ็นต์)</li> </ul> </li> </ul>



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ เข้าใจความหมายของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก
  - ◇ นำความรู้เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกมาประยุกต์ใช้ในการคิดคำนวณ
  - ◇ เขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์  $A \times 10^n$  เมื่อ  $1 \leq A < 10$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

#### อัตราส่วน

- อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน
- สัดส่วน
- การนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละไปใช้ในการแก้ปัญหา

- เข้าใจและประยุกต์ใช้อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ เข้าใจความคิดรวบยอดของอัตราส่วน และใช้ภาษาเกี่ยวกับอัตราส่วนในการอธิบายความสัมพันธ์ของปริมาณตั้งแต่สองปริมาณขึ้นไป
  - ◇ แสดงความสัมพันธ์เชิงสัดส่วนระหว่างปริมาณ และใช้ความสัมพันธ์เชิงสัดส่วนแก้ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- ◇ ประยุกต์ใช้อัตราส่วนและสัดส่วนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง รวมถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนหน่วยการวัดในระบบเดียวกันและต่างระบบกัน
- ◇ ประยุกต์ใช้ร้อยละในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการซื้อขาย ดอกเบี้ย ภาษี การเจริญเติบโต และการถดถอย
- ◇ อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่แสดงในรูปกราฟ หรือรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาอัตราส่วนอย่างง่าย

#### สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในชีวิตจริง

- เข้าใจและใช้สมบัติของการเท่ากันและสมบัติของจำนวน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ รู้จักนิพจน์พีชคณิต (algebraic expression) แปลข้อความเป็นนิพจน์พีชคณิต และแปลนิพจน์พีชคณิตเป็นข้อความ
  - ◇ ใช้ตัวแปรแทนปริมาณต่าง ๆ ในปัญหาคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตจริง และสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อแก้ปัญหานั้น
  - ◇ ใช้สมบัติของการเท่ากันและสมบัติของจำนวนในการแก้สมการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบโดยใช้การคิดในใจและวิธีการประมาณค่า





ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

#### สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- กราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้น
- สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- การนำความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้นไปใช้ในชีวิตจริง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ กำหนดระบบพิกัดฉากและลงจุดและระบุพิกัดของจุดในระบบพิกัดฉาก
  - ◇ สืบค้น แปลความหมาย และวิเคราะห์กราฟของข้อมูลในชีวิตจริง

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ กำหนดระบบพิกัดฉากและลงจุดและระบุพิกัดของจุดในระบบพิกัดฉาก
  - ◇ ใช้ตารางและกราฟเพื่อวิเคราะห์การเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรอิสระ (x) และตัวแปรตาม (y)
  - ◇ เชื่อมโยงสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในรูป  $Ax + By + C = 0$  เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน หรือ  $y = mx + b$  เมื่อ m และ b เป็นค่าคงตัว กับกราฟเส้นตรงที่กำหนดให้
  - ◇ เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
  - ◇ สืบค้นและอธิบายลักษณะกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

#### การสร้างทางเรขาคณิต

- การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต
- การสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต
- การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหามathในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ ใช้วงเวียนและสันตรง หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต ได้แก่
    - ◆ สร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับ ความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้
    - ◆ แบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้
    - ◆ สร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับมุมที่กำหนดให้
    - ◆ แบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้
    - ◆ สร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้
    - ◆ สร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้
  - ◇ ใช้วงเวียนและสันตรง หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เพื่อสร้าง
    - ◆ เส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยม
    - ◆ เส้นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม
    - ◆ มุมที่มีขนาด  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $75^\circ$  และ  $120^\circ$



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</li> <li>◆ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปี้ยกปูน และ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</li> <li>◇ นำความรู้เกี่ยวกับการสร้างไปใช้สร้างรูป ในชีวิตประจำวัน</li> </ul>
<b>มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ</li> <li>■ ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตใน การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ ระบุรูปร่างของหน้าตัดของรูปเรขาคณิต สามมิติ</li> <li>◇ เขียนภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบนของรูปเรขาคณิต สามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์</li> </ul> </li> </ul>

### สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 1

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<b>สถิติ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การตั้งคำถามทางสถิติ</li> <li>■ การเก็บรวบรวมข้อมูล</li> <li>■ การนำเสนอข้อมูล <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ แผนภูมิรูปภาพ</li> <li>▶ แผนภูมิแท่ง</li> <li>▶ กราฟเส้น</li> <li>▶ แผนภูมิรูปวงกลม</li> </ul> </li> <li>■ การแปลความหมายข้อมูล</li> <li>■ การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอ ข้อมูลและแปลความหมายข้อมูล รวมทั้ง นำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยี ที่เหมาะสม เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ เข้าใจคำถามทางสถิติ และใช้วิธี อย่างง่ายในการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตอบคำถามทางสถิติ</li> <li>◇ นำเสนอข้อมูลและเลือกใช้การนำเสนอ ข้อมูลที่เหมาะสม</li> <li>◇ แปลความหมายข้อมูลจากการนำเสนอ ข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ได้แก่ แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง กราฟเส้น และแผนภูมิรูปวงกลม</li> <li>◇ ใช้เทคโนโลยีในการเรียนรู้สถิติ</li> </ul> </li> </ul>



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p><b>จำนวนตรรกยะ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง</li> </ul> <p>เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ เข้าใจความหมายของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม</li> <li>◇ นำความรู้เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มมาประยุกต์ใช้ในการคิดคำนวณ</li> <li>◇ เขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ <math>A \times 10^n</math> เมื่อ <math>1 \leq A &lt; 10</math> และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม</li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p><b>จำนวนจริง</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ จำนวนอตรรกยะ</li> <li>■ จำนวนจริง</li> <li>■ รากที่สองและรากที่สามของจำนวนตรรกยะ</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง</li> </ul> <p>เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ รู้ว่าจำนวนจริงที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะเรียกว่า จำนวนอตรรกยะ</li> <li>◇ เขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน</li> <li>◇ ใช้จำนวนตรรกยะประมาณค่าจำนวนอตรรกยะเพื่อเปรียบเทียบจำนวนอตรรกยะ และระบุตำแหน่งของจำนวนอตรรกยะบางจำนวนบนเส้นจำนวน</li> <li>◇ ทหารากที่สองของจำนวนที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ และหารากที่สามของจำนวนที่เป็นกำลังสามสมบูรณ์ (perfect cube)</li> </ul>



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p><b>พหุนาม</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ พหุนาม</li> <li>■ การบวก การลบ และการคูณของพหุนาม</li> <li>■ การหารพหุนามด้วยเอกนามที่มีผลหารเป็นพหุนาม</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจหลักการดำเนินการของพหุนาม และใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส               <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ เขียนนิพจน์พีชคณิตแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา</li> <li>◇ เขียนพหุนามที่ได้จากการดำเนินการให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ</li> </ul> </li> </ul>
<p><b>การแยกตัวประกอบของพหุนาม</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยใช้               <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ สมบัติการแจกแจง</li> <li>▶ กำลังสองสมบูรณ์</li> <li>▶ ผลต่างของกำลังสอง</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส               <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ ใช้แบบจำลองพื้นที่ในการแสดงนิพจน์พีชคณิตที่สมมูลกัน</li> <li>◇ แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง กำลังสองสมบูรณ์ และผลต่างของกำลังสอง</li> </ul> </li> </ul>

## สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p><b>การสร้างทางเรขาคณิต</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิตตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส               <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ สร้างและให้เหตุผลได้ว่ารูปที่สร้างได้นั้น เป็นรูปตามที่ต้องการ เช่น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปวงกลมที่แนบในรูปสามเหลี่ยม</li> </ul> </li> </ul>
<p><b>พื้นที่ผิว</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การหาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส               <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ อธิบายลักษณะ ส่วนต่าง ๆ และรูปคลี่ของปริซึมและทรงกระบอก</li> <li>◇ เข้าใจและอธิบายที่มาของสูตรในการหาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก</li> <li>◇ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก</li> </ul> </li> </ul>



สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p><b>ปริมาตร</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง</li> </ul> <p>เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ เชื่อมโยงการหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก</li> <li>◇ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวกับปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก</li> </ul>
<p><b>เส้นขนาน</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</li> </ul> <p>เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ ตรวจสอบและใช้สมบัติของมุมที่เกี่ยวข้องกับเส้นตัดและเส้นขนาน</li> <li>◇ เข้าใจเงื่อนไขของการเป็นเส้นขนาน</li> <li>◇ ให้เหตุผลในการสร้างข้อเท็จจริง เช่น ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับมุมที่เกิดขึ้น</li> </ul> <p>เมื่อมีเส้นตัดเส้นขนาน หรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม</p>

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p><b>การแปลงทางเรขาคณิต</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การเลื่อนขนาน</li> <li>■ การสะท้อน</li> <li>■ การหมุน</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง</li> </ul> <p>เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ ตรวจสอบสมบัติของการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน</li> <li>◇ อธิบายผลที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบ</li> <li>◇ อธิบายว่าภาพที่ได้จากการแปลงเกิดจากการแปลงชนิดใด</li> <li>◇ สร้างทฤษฎีบทเลขคณิตโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต</li> </ul>
<p><b>ความเท่ากันทุกประการ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง</li> </ul> <p>เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ ตรวจสอบเงื่อนไขเพียงพอในการตรวจสอบได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เช่น ความสัมพันธ์แบบ ด.ม.ด. ด.ด.ด. ม.ด.ม.</li> <li>◇ นำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

#### ทักษะพิทาโกรัส

- ทักษะพิทาโกรัสและบทกลับ
- การนำความรู้เกี่ยวกับทักษะพิทาโกรัสและบทกลับไปใช้ในชีวิตจริง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- เข้าใจและใช้ทักษะพิทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ สืบเสาะหาความสัมพันธ์ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพื่อนำไปสู่ทักษะพิทาโกรัส
  - ◇ ประยุกต์ใช้ทักษะพิทาโกรัสในการหาความยาวของด้านที่ไม่ทราบค่าของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง
  - ◇ ประยุกต์ใช้บทกลับของทักษะพิทาโกรัสในการตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

### สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 2

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

#### สถิติ

- การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูล
  - ▶ แผนภาพจุด
  - ▶ แผนภาพต้น – ใบ
  - ▶ ฮิสโทแกรม
  - ▶ ค่ากลางของข้อมูล
- การแปลความหมายผลลัพธ์
- การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ นำเสนอข้อมูลที่กำหนดให้ในรูปแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ และฮิสโทแกรม
  - ◇ หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูล
  - ◇ เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลเชิงปริมาณที่นำเสนอ
  - ◇ แปลความหมายผลลัพธ์ที่ได้ให้สอดคล้องกับบริบทของข้อมูล
  - ◇ ใช้ข้อมูลในการตัดสินใจ คาดคะเน และสรุปผล
  - ◇ ใช้เทคโนโลยีในการเรียนรู้สถิติ



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p>อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</li> <li>■ การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</li> <li>■ การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ เข้าใจความหมายของเครื่องหมายแสดง การไม่เท่ากัน</li> <li>◇ ใช้ตัวแปรแทนปริมาณต่าง ๆ ในปัญหา คณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตจริง และ สร้างอสมการอย่างง่ายในการแก้ปัญหา</li> <li>◇ ใช้สมบัติของการไม่เท่ากันในการแก้อสมการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ</li> <li>◇ แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและเขียน กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน</li> </ul> </li> </ul>

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด
<p>การแยกตัวประกอบของพหุนาม</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรี สูงกว่าสอง</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนาม ที่มีดีกรีสูงกว่าสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสาม ที่อยู่ในรูปผลบวกของกำลังสาม หรือผลต่างของกำลังสามโดยใช้สูตร</li> <li>◇ แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่า สอง ที่สามารถจัดให้อยู่ในรูปกำลังสอง สมบูรณ์ ผลต่างของกำลังสอง ผลบวก ของกำลังสาม หรือผลต่างของกำลังสาม โดยใช้สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติ การสลับที่ หรือสมบัติการแจกแจง</li> </ul> </li> </ul>



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

#### สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

- สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
- การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
- การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- ประยุกต์ใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวในการหาคำตอบของสมการ
  - ◇ แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  $ax^2 + bx + c = 0$  โดยที่  $a \neq 0$  โดยใช้สูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
  - ◇ อธิบายเงื่อนไขที่ทำให้เกิดคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวในลักษณะต่าง ๆ
  - ◇ นำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่และความยาวรอบรูป ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

#### ระบบสมการ

- ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา

#### ฟังก์ชันกำลังสอง

- กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
- การนำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองไปใช้ในการแก้ปัญหา

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

- ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ อธิบายลักษณะคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากการสังเกตกราฟหรือระบบสมการ
  - ◇ แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองสมการโดยใช้วิธีทางพีชคณิต
  - ◇ นำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและราคาสินค้า ปัญหาเกี่ยวกับของผสม
- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ ใช้เทคโนโลยีในการสำรวจลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
  - ◇ เขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป  $y = ax^2$ ,  $y = ax^2 + k$ ,
  - ◇  $y = a(x - h)^2$ ,  $y = a(x - h)^2 + k$  และ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c, h$  และ  $k$  เป็นค่าคงตัว ที่  $a \neq 0$





## สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

#### พื้นที่ผิว

- การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม
- การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม ไปใช้ในการแก้ปัญหา

- ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม ในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส
  - ◇ อธิบายลักษณะ ส่วนต่าง ๆ และรูปคลี่ ของพีระมิด กรวย และทรงกลม
  - ◇ เข้าใจและอธิบายที่มาของสูตรในการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด และกรวย
  - ◇ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม

#### ปริมาตร

- การหาปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม
- การนำความรู้เกี่ยวกับปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม ไปใช้ในการแก้ปัญหา

- ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลมในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส
  - ◇ เชื่อมโยงการหาปริมาตรของพีระมิดและกรวย ปริซึมและพีระมิด ทรงกระบอก และกรวย
  - ◇ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวกับปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

#### ความคล้าย

- รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
- การนำความรู้เกี่ยวกับความคล้ายไปใช้ในการแก้ปัญหา

- เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส
  - ◇ อธิบายเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน
  - ◇ ตรวจสอบความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
  - ◇ นำความรู้เกี่ยวกับความคล้ายไปใช้ในการแก้ปัญหา

#### อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- การนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ไปใช้ในการแก้ปัญหา

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียน ได้มีโอกาส
  - ◇ เข้าใจอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0 องศา และ 90 องศา
  - ◇ สำนักรวอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

#### อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- การนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ไปใช้ในการแก้ปัญหา

- ◇ หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา และ 60 องศา จากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า และหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45 องศา จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว
- ◇ ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ในการแก้ปัญหา เช่น ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง

#### วงกลม

- วงกลม คอร์ด และเส้นสัมผัส
- ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม

- เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ สำรวจความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับวงกลม เช่น จุดศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง คอร์ด ส่วนโค้งของวงกลม เส้นตัดวงกลม เส้นสัมผัส วงกลม จุดสัมผัสสองวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม และมุมในครึ่งวงกลม
  - ◇ ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมที่ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับวงกลม เช่น การหาจุดศูนย์กลางของวงกลม การสร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนด

### สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

ชั้น  
มัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

### สาระการเรียนรู้แกนกลาง

### ตัวชี้วัดและคำอธิบายประกอบตัวชี้วัด

#### สถิติ

- ข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล
  - ▶ แผนภาพกล่อง
- การแปลความหมายผลลัพธ์
- การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง

- เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพกล่อง และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ นำเสนอข้อมูลที่กำหนดให้ในรูปแผนภาพกล่อง
  - ◇ วิเคราะห์และแปลความหมายผลลัพธ์ที่ได้ให้สอดคล้องกับบริบทของข้อมูล
  - ◇ ใช้ข้อมูลในการตัดสินใจ คาดคะเน และสรุปผล
  - ◇ ใช้เทคโนโลยีในการเรียนรู้สถิติ

#### ความน่าจะเป็น

- เหตุการณ์จากการทดลองสุ่ม
- ความน่าจะเป็น
- การนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตจริง

- เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและนำผลที่ได้ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส
  - ◇ เข้าใจว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์คือจำนวนที่เป็นไปได้ตั้งแต่ 0 ถึง 1 ซึ่งแสดงโอกาสของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น
  - ◇ เข้าใจความหมายของความน่าจะเป็นที่เท่ากับ 0 และความน่าจะเป็นที่เท่ากับ 1
  - ◇ ประเมินความน่าจะเป็นของเหตุการณ์โดยเก็บรวบรวมข้อมูลให้มากพอ แล้วสังเกตความถี่สัมพัทธ์ของเหตุการณ์
  - ◇ หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์โดยใช้การเขียนแจกแจงกรณี ตาราง แผนภาพ หรือแผนภาพต้นไม้
  - ◇ นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการแก้ปัญหา



## สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา ตอนต้น

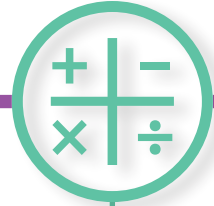
11

### ผังสาระการเรียนรู้แกนกลาง

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน  
พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น  
แสดงเป็นผังเพื่อให้เห็นภาพรวมของเนื้อหา  
ในแต่ละชั้นได้ชัดเจนและเป็นรูปธรรม ดังนี้

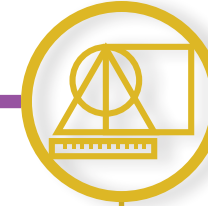
#### จำนวนและพีชคณิต



#### จำนวนและพีชคณิต

- จำนวนตรรกยะ
  - ◇ จำนวนเต็ม
  - ◇ จำนวนตรรกยะ
  - ◇ เลขยกกำลัง
- จำนวนจริง
- อัตราส่วน
- สมการ
  - ◇ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
  - ◇ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
  - ◇ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
- อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ระบบสมการ
- พหุนาม
- การแยกตัวประกอบของพหุนาม
- ฟังก์ชันกำลังสอง

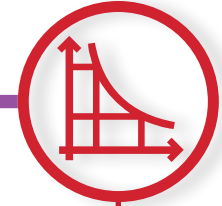
#### การวัดและเรขาคณิต



#### การวัดและเรขาคณิต

- การสร้างทางเรขาคณิต
- มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต
- พื้นที่ผิว
- ปริมาตร
- เส้นขนาน
- การแปลงทางเรขาคณิต
- ความเท่ากันทุกประการ
- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- ความคล้าย
- อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- วงกลม

#### สถิติและความน่าจะเป็น



#### สถิติและความน่าจะเป็น

- สถิติ
- ความน่าจะเป็น



# สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

## จำนวนและพีชคณิต



### จำนวนตรรกยะ

- จำนวนเต็ม
- สมบัติของจำนวนเต็ม
- ทศนิยมและเศษส่วน
- จำนวนตรรกยะและสมบัติของจำนวนตรรกยะ
- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก
- การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนเต็มจำนวนตรรกยะ และเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

### อัตราส่วน

- อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน
- สัดส่วน
- การนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละไปใช้

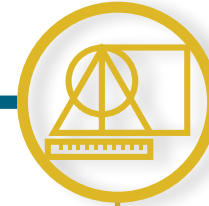
### สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในชีวิตจริง

### สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- กราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้น
- สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- การนำความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟของความสัมพัธ์เชิงเส้นไปใช้ในชีวิตจริง

## การวัดและเรขาคณิต



### การสร้างทางเรขาคณิต

- การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต
- การสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต
- การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง

### มิติสัมพันธ์

- หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ
- ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

## สถิติและความน่าจะเป็น

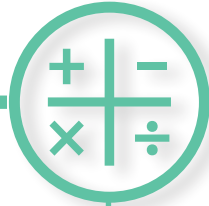


### สถิติ

- การตั้งคำถามทางสถิติ
- การเก็บรวบรวมข้อมูล
- การนำเสนอข้อมูล
  - ▷ แผนภูมิรูปภาพ
  - ▷ แผนภูมิแท่ง
  - ▷ กราฟเส้น
  - ▷ แผนภูมิรูปร่างกลม
- การแปลความหมายข้อมูล
- การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง



จำนวนและพีชคณิต



จำนวนตรรกยะ

- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
- การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ และเลขยกกำลังไปใช้

จำนวนจริง

- จำนวนตรรกยะ
- จำนวนจริง
- รากที่สองและรากที่สามของจำนวนตรรกยะ
- การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้

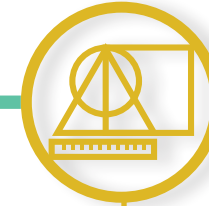
พหุนาม

- พหุนาม
- การบวก การลบ และการคูณของพหุนาม
- การหารพหุนามด้วยเอกนามที่มีผลหารเป็นพหุนาม

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

- การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง
  - ◇ สมบัติการแจกแจง
  - ◇ กำลังสองสมบูรณ์
  - ◇ ผลต่างของกำลังสอง

การวัดและเรขาคณิต



การสร้างทางเรขาคณิต

- การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง

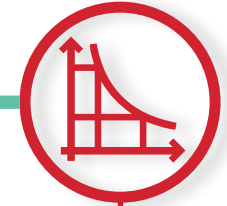
พื้นที่ผิว

- การหาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก
- การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญหา

ปริมาตร

- การหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก
- การนำความรู้เกี่ยวกับปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญหา

สถิติและความน่าจะเป็น



สถิติ

- การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูล
  - ▷ แผนภาพจุด
  - ▷ แผนภาพต้น – ใบ
  - ▷ ฮิสโทแกรม
  - ▷ ค่ากลางของข้อมูล
- การแปลความหมายผลลัพธ์
- การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง

เส้นขนาน

- สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

การแปลงทางเรขาคณิต

- การเลื่อนขนาน
- การสะท้อน
- การหมุน
- การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหา

ความเท่ากันทุกประการ

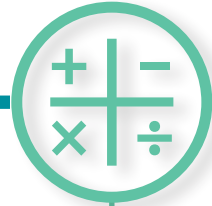
- ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
- การนำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการไปใช้ในการแก้ปัญหา

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

- ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ
- การนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับไปใช้ในชีวิตจริง



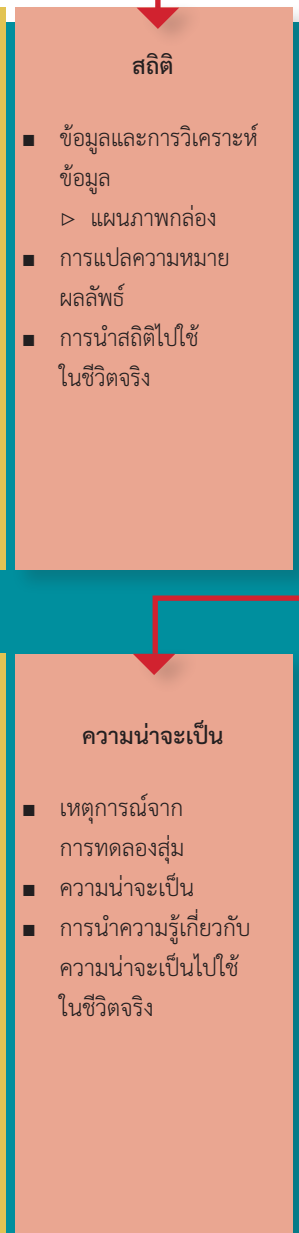
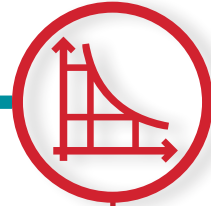
### จำนวนและพีชคณิต



### การวัดและเรขาคณิต



### สถิติและความน่าจะเป็น





## 12

## การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบันนี้มุ่งเน้นการวัดและการประเมินการปฏิบัติงานในสภาพที่เกิดขึ้นจริงหรือที่ใกล้เคียงกับสภาพจริง รวมทั้งการประเมินเกี่ยวกับสมรรถภาพของผู้เรียนเพิ่มเติมจากความรู้ที่ได้จากการท่องจำ โดยใช้วิธีการประเมินที่หลากหลายจากการที่ผู้เรียน ได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้เผชิญกับปัญหาจากสถานการณ์จริงหรือสถานการณ์จำลอง ได้แก่ ปัญหา สืบค้นข้อมูล และนำความรู้ไปใช้ รวมทั้งแสดงออกทางการคิด

การวัดผลประเมินผลดังกล่าวมีจุดประสงค์สำคัญดังต่อไปนี้

1. เพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและตัดสินผลการเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด เพื่อนำผลที่ได้จากการตรวจสอบไปปรับปรุงพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดียิ่งขึ้น
2. เพื่อวินิจฉัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การสืบค้น การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำความรู้ไปใช้ การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ การควบคุมกระบวนการคิด และนำผลที่ได้จากการวินิจฉัยผู้เรียนไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม
3. เพื่อรวบรวมข้อมูลและจัดทำสารสนเทศด้านการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ข้อมูลจากการประเมินผลที่ได้ในการสรุปผลการเรียนของผู้เรียนและเป็นข้อมูลป้อนกลับแก่ผู้เรียนหรือผู้เกี่ยวข้องตามความเหมาะสม รวมทั้งนำสารสนเทศไปใช้วางแผนบริหารจัดการการศึกษาของสถานศึกษา

การกำหนดจุดประสงค์ของการวัดผลประเมินผลอย่างชัดเจน จะช่วยให้เลือกใช้วิธีการและเครื่องมือวัดผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถวัดได้ในสิ่งที่ต้องการวัดและนำผลที่ได้ไปใช้งานได้จริง

## แนวทางการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีแนวทางที่สำคัญดังนี้

1. การวัดผลประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง โดยใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยตนเองและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ และพัฒนาการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อีกด้วย
2. การวัดผลประเมินผลต้องสอดคล้องกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามตัวชี้วัดซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดผลประเมินผลเพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งตัวชี้วัดในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบโดยทางตรงหรือทางอ้อม เพื่อให้ผู้เรียนได้ปรับปรุงตนเอง
3. การวัดผลประเมินผลต้องครอบคลุมด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือการทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้งสามด้าน ซึ่งงานหรือกิจกรรมดังกล่าวควรมีลักษณะดังนี้
  - สาระในงานหรือกิจกรรมต้องเน้นให้ผู้เรียนได้ใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง
  - วิธีหรือทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
  - เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหามีลักษณะปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน
  - งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดภาพ
  - งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์



4. การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องใช้วิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม และใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพเพื่อให้ได้ข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน เช่น เมื่อต้องการวัดผลประเมินผลเพื่อตัดสินผลการเรียนอาจใช้การทดสอบ การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัด การทำใบกิจกรรม หรือการทดสอบย่อย เมื่อต้องการตรวจสอบพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียนด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้การสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน หรือการทำโครงการ การเลือกใช้วิธีการวัดที่เหมาะสมและเครื่องมือที่มีคุณภาพ จะทำให้สามารถวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้ ซึ่งจะทำให้ผู้สอนได้ข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วนและตรงตามวัตถุประสงค์ของการวัดผลประเมินผล อย่างไรก็ตาม ผู้สอนควรตระหนักว่าเครื่องมือวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ที่ใช้ในการประเมินตามวัตถุประสงค์หนึ่ง ไม่ควรนำมาใช้กับอีกวัตถุประสงค์หนึ่ง เช่น แบบทดสอบที่ใช้ในการแข่งขันหรือการคัดเลือกไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ตัดสินผลการเรียนรู้
5. การวัดผลประเมินผลเป็นกระบวนการที่ใช้สะท้อนความรู้ความสามารถของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนมีข้อมูลในการปรับปรุงและพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเองให้ดีขึ้น ในขณะที่ผู้สอนสามารถนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอและนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะ ดังนี้

### ประเมิน ก่อนเรียน

เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่ผู้เรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา บทเรียน หรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดผลประเมินผลจะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้ประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้ดังนี้

(1) จัดกลุ่มผู้เรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน

(2) วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้สอนพิจารณาเลือกตัวชี้วัด เนื้อหาสาระ กิจกรรม แบบฝึกหัด อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานและทักษะของผู้เรียน และสอดคล้องกับการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

### ประเมิน ระหว่างเรียน

เป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในระหว่างการเรียน ข้อมูลที่ได้จะช่วยให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในเรื่องต่อไปนี้

(1) ศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นระยะ ๆ ว่าผู้เรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นผู้สอนจะได้หาทางแก้ไขได้ทันที่

(2) ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่เข้าใจบทเรียนใดจะได้จัดให้เรียนซ้ำ หรือผู้เรียนเรียนรู้อย่างรวดเร็วที่กำหนดไว้จะได้ปรับวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคน

### ประเมิน หลังเรียน

เป็นการประเมินเพื่อนำผลที่ได้ไปใช้สรุปผลการเรียนรู้หรือเป็นการวัดผลประเมินผลแบบสรุปรวบยอดหลังจากสิ้นสุดภาคการศึกษาหรือปีการศึกษาของผู้เรียน รวมทั้งผู้สอนสามารถนำผลการประเมินที่ได้ไปใช้ในการวางแผนและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น





## ตัวอย่างแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลประเมินผลตามตัวชี้วัด

### ตัวชี้วัด

เข้าใจและประยุกต์ใช้อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ  
ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้  
ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส

- ◊ แสดงความสัมพันธ์เชิงสัดส่วนระหว่างปริมาณและใช้ความสัมพันธ์เชิงสัดส่วนแก้ปัญห้อัตราส่วนและร้อยละ

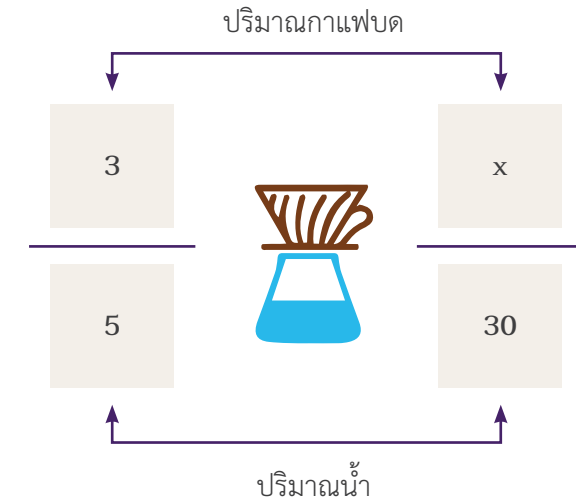
### แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูให้ความหมายของสัดส่วน และเน้นว่าสัดส่วนประกอบด้วยจำนวน 4 จำนวน ในกรณีที่เขียนสัดส่วนในรูป  $a : b = c : d$  อาจเรียกจำนวน  $a, b, c$  และ  $d$  ว่าจำนวนที่หนึ่ง จำนวนที่สอง จำนวนที่สาม และจำนวนที่สี่ของสัดส่วนตามลำดับ
2. ครูควรเน้นว่า ในการเขียนสัดส่วนจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ นั้น ลำดับของจำนวนในแต่ละอัตราส่วนมีความสำคัญ ตัวอย่างเช่น

ป่าทิพย์ชงกาแฟ 5 ถ้วย โดยใช้อัตราส่วนของกาแฟ 3 ช้อนโต๊ะต่อน้ำ 5 ถ้วย ถ้าป่าทิพย์ต้องการเลี้ยงกาแฟผู้เข้าประชุมทั้งหมด 30 คน คนละ 1 ถ้วย ป่าทิพย์จะต้องใช้กาแฟกี่ช้อนโต๊ะ



จากโจทย์ปัญหาข้างต้น ลำดับของจำนวนจะต้องอยู่ในรูปปริมาณกาแฟเป็นช้อนโต๊ะต่อปริมาณน้ำเป็นถ้วย



3. ครูควรอธิบายให้นักเรียนใช้หลักการคูณไขว้ในการหาคำตอบของตัวแปรในสัดส่วน
4. ครูควรฝึกนักเรียนให้มีทักษะในการเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละ และเขียนร้อยละให้อยู่ในรูปอัตราส่วนได้อย่างคล่องแคล่ว เพื่อสามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละโดยใช้สัดส่วน
5. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริงที่แสดงความสัมพันธ์เชิงสัดส่วนระหว่างปริมาณ เพื่อให้นักเรียนใช้ความสัมพันธ์เชิงสัดส่วนนั้น ๆ แก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ เช่น
  - ถ้าหัวใจของนักเรียนคนหนึ่งเต้น 6 ครั้ง ในทุก ๆ 5 วินาที อยากทราบว่าหัวใจของนักเรียนคนนี้เต้นกี่ครั้งในเวลา 1 นาที
  - ทองเหลืองเป็นโลหะผสมระหว่างทองแดงกับสังกะสี ทองเหลืองแต่ละชนิดแตกต่างกันที่ส่วนผสมของโลหะทั้งสองชนิดนี้ ทองเหลืองชนิดหนึ่งมีอัตราส่วนของน้ำหนักทองแดงต่อน้ำหนักสังกะสีเป็น 7 : 3 ถ้าต้องการทองเหลืองหนัก 350 กรัม จะต้องใช้ทองแดงและสังกะสีผสมกันอย่างไรละกี่กรัม
6. เพื่อให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน ครูควรนำโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ มาให้นักเรียนได้ฝึกทักษะเพิ่มขึ้น



## แนวทางการวัดผลประเมินผล

นอกจากการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด สถานการณ์ปัญหาที่ใช้หรือการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีส่วนสำคัญ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น ซึ่งครูควรกำหนดเกณฑ์ในการให้คะแนนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถตรวจสอบคุณภาพของคำตอบที่ได้

### ตัวอย่าง สถานการณ์ ปัญหา

ไร้ฟ้าสวยในภาคเหนือปลูกผลไม้ฤดูหนาวไว้หลายชนิด เช่น ลิ้นจี่ สตรอว์เบอร์รี บางครั้งได้ผลผลิตต่อไร่มากและจำหน่ายไม่ทัน เจ้าของจะนำผลไม้ที่ได้มาแปรรูปเพื่อเพิ่มมูลค่าให้กับผลผลิต เช่น ทำน้ำผลไม้ และทำแยม แยมสตรอว์เบอร์รีของไร้ฟ้าสวยมีชื่อเสียงในเรื่องรสชาติและความอร่อย สูตรในการทำแยมสตรอว์เบอร์รี 1.6 กิโลกรัม เป็นดังนี้

#### แยมสตรอว์เบอร์รี

สตรอว์เบอร์รีสด	1.1	กิโลกรัม
น้ำตาล	1	กิโลกรัม
น้ำมะนาว	1.2	มิลลิลิตร



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

1. ในการทำแยมสตรอว์เบอร์รีครั้งหนึ่ง ถ้าใช้น้ำตาล 2.5 กิโลกรัม จะต้องใช้สตรอว์เบอร์รีสดกี่กิโลกรัม (4 คะแนน)
2. ถ้าทำแยม 32 กิโลกรัม จะต้องใช้สตรอว์เบอร์รีสดและน้ำตาลอย่างละกี่กิโลกรัม และใช้น้ำมะนาว กี่มิลลิลิตร (6 คะแนน)
3. ถ้าทำแยมสตรอว์เบอร์รี 1 กิโลกรัม ต้องลงทุน 175 บาท แล้วเจ้าของไร่ควรขายแยมสตรอว์เบอร์รีซึ่งบรรจุขวดละ 4 ซีด ขวดละเท่าไรจึงจะได้กำไร 30% (ไม่คิดราคาของขวดที่ใช้บรรจุ) (8 คะแนน)

(กำหนดเวลา 20 นาที คะแนนเต็ม 18 คะแนน)

## เฉลย

1. ให้ใช้สตรอว์เบอร์รีสด  $x$  กิโลกรัม เมื่อใช้น้ำตาล 2.5 กิโลกรัม จะได้อัตราส่วนของน้ำหนักสตรอว์เบอร์รีสดต่อน้ำหนักน้ำตาล เป็น  $x : 2.5$

จากสิ่งที่กำหนดให้ ถ้าใช้สตรอว์เบอร์รีสด 1.1 กิโลกรัม ต้องใช้น้ำตาล 1 กิโลกรัม จะได้อัตราส่วนของน้ำหนักสตรอว์เบอร์รีสดต่อน้ำหนักน้ำตาล เป็น  $1.1 : 1$

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{x}{2.5} = \frac{1.1}{1}$

จะได้  $x \times 1 = 2.5 \times 1.1$

ดังนั้น  $x = 2.75$

นั่นคือ จะต้องใช้สตรอว์เบอร์รีสด 2.75 กิโลกรัม



2. เนื่องจากจะทำแยมสตอร์วเบอร์รี่ 32 กิโลกรัม ซึ่งเป็น  $\frac{32}{1.6}$  หรือ 20 เท่าของแยม 1.6 กิโลกรัม จึงต้องใช้สตอร์วเบอร์รี่สด น้ำตาล และน้ำมะนาว เป็น 20 เท่าของทุกจำนวนในสูตรการทำแยมสตอร์วเบอร์รี่ 1.6 กิโลกรัม

จึงใช้	สตอร์วเบอร์รี่สด	$20 \times 1.1 = 22$	กิโลกรัม
	น้ำตาล	$20 \times 1 = 20$	กิโลกรัม
	น้ำมะนาว	$20 \times 1.2 = 24$	มิลลิลิตร

ดังนั้น ต้องใช้	สตอร์วเบอร์รี่สด	22 กิโลกรัม
	น้ำตาล	20 กิโลกรัม
	น้ำมะนาว	24 มิลลิลิตร

3. เนื่องจาก 1 กิโลกรัม มี 10 ซีด  
จากโจทย์ จะได้ต้นทุนแยมสตอร์วเบอร์รี่ซีดละ  $\frac{175}{10} = 17.50$  บาท  
ขวดที่บรรจุ 4 ซีด มีต้นทุนขวดละ  $4 \times 17.50 = 70$  บาท  
เจ้าของไร่ต้องการขายให้ได้กำไร 30%  
หมายความว่า ลงทุน 100 บาท ต้องขายให้ได้กำไร 30 บาท  
ในการลงทุน 70 บาท สมมติให้ขายได้กำไร  $y$  บาท

$$\begin{aligned} \text{เขียนสัดส่วนได้เป็น} \quad \frac{y}{70} &= \frac{30}{100} \\ \text{จะได้} \quad y \times 100 &= 70 \times 30 \\ y &= \frac{70 \times 30}{100} \\ y &= 21 \end{aligned}$$

ดังนั้น ต้องขายให้ได้กำไร 21 บาท  
นั่นคือ ต้องขายแยมขวดละ  $70 + 21 = 91$  บาท



### เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	รายการประเมิน	คะแนน
1 (4)	<ul style="list-style-type: none"> <li>กำหนดตัวแปรได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์</li> <li>เขียนสัดส่วนได้ถูกต้อง</li> <li>หาค่าตัวแปรในสัดส่วนได้ถูกต้อง</li> <li>สรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์</li> </ul>	1 1 1 1
2 (6)	<ul style="list-style-type: none"> <li>แสดงแนวคิดเพื่อนำไปสู่การหาส่วนผสมที่ใช่ว่าต้องเป็น 20 เท่าของปริมาณของสูตรการทำแยมได้ถูกต้อง</li> <li>แสดงวิธีหาปริมาณของสตอร์วเบอร์รี่สด น้ำตาล และน้ำมะนาว ที่ถูกต้องได้ (คำตอบละ 1 คะแนน)</li> <li>สรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์</li> </ul>	2 3 1
3 (8)	<ul style="list-style-type: none"> <li>แสดงแนวคิดเพื่อนำไปสู่การหาต้นทุนของแยมสตอร์วเบอร์รี่ขวดละ 4 ซีด ได้ถูกต้อง</li> <li>กำหนดตัวแปรได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์</li> <li>เขียนสัดส่วนได้ถูกต้อง</li> <li>หาค่าตัวแปรในสัดส่วนได้ถูกต้อง</li> <li>สรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์</li> </ul>	2 2 1 1 2



### ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง  
เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้

ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส

- ◇ อธิบายการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต และรูปเรขาคณิตสองมิติ โดยให้เหตุผลประกอบ

### แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนให้นักเรียนเห็นว่า การตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ต้องตรวจสอบการเท่ากันของความยาวของด้านที่สมนัยกัน 3 คู่ และการเท่ากันของขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกันอีกสามคู่ ซึ่งเราสามารถตรวจสอบการเท่ากันของความยาวของด้านหรือขนาดของมุมเพียง 3 คู่ ตามเงื่อนไขที่กำหนด ก็เป็นการเพียงพอที่จะสรุปว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ ดังต่อไปนี้
  - การทบทวนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน ครูควรเน้นย้ำว่า  
“รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปดังกล่าว มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมที่มีขนาดเท่ากันนั้นต้องเป็นมุมที่อยู่ในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน จึงจะเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอจะสรุปว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”
  - การทบทวนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม ครูควรเน้นย้ำว่า  
“รูปสามเหลี่ยมสองรูปดังกล่าว มีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ และความยาวของด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองต้องเท่ากัน จึงจะเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอจะสรุปว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”
  - การทบทวนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน ครูควรเน้นย้ำว่า  
“รูปสามเหลี่ยมสองรูปดังกล่าว มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ก็เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอจะสรุปว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ โดยไม่ต้องพิจารณาขนาดของมุม”

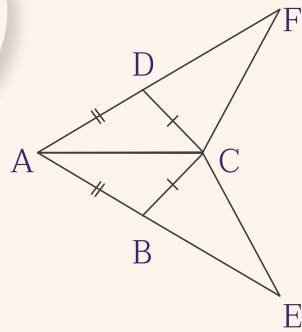
2. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยครูยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่นักเรียนเคยพบเห็น เช่น หน้าจั่วหลังคาโบสถ์ หรือศาลา เพื่อนำเข้าสู่บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วบนระนาบที่กล่าวว่า “รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน”  
จากนั้นให้นักเรียนสำรวจและค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วด้วยตนเอง โดยใช้คำถามเป็นกรอบในการกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาคำตอบ และนำสมบัติของความเท่ากันทุกประการมาใช้ในการอธิบาย ให้เหตุผล ซึ่งคำตอบที่ได้จากการสำรวจเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และนำไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์ได้ เช่น
  - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
  - มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน
3. ครูยกตัวอย่างการสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุม เพื่อแสดงการนำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการพิสูจน์เพื่อยืนยันว่าผลจากการสร้างนั้นเป็นจริง คือ เส้นแบ่งครึ่งมุมที่สร้างนั้นแบ่งมุมออกเป็นสองมุมที่มีขนาดเท่ากัน
4. เพื่อให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของความเท่ากันทุกประการ ครูนำโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการมาให้นักเรียนร่วมกันฝึก เช่น  
รมภานำไม้ไผ่ที่มีความยาว 1 เมตร และ 2.5 เมตร อย่างละสองอันมาเรียงเพื่อให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้ววัดความยาวของ เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยม ถ้าเส้นทแยงมุมยังยาวไม่เท่ากัน รมภาก็จัดไม้ไผ่ทั้งสี่ใหม่ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน แล้วรมภาก็บอกว่ารูปสี่เหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมที่รมภาส่งจากไม้ไผ่ดังกล่าวนี้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด
5. ครูและนักเรียนร่วมกันนำเสนอและอภิปรายถึงสถานการณ์ที่เราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการมาประยุกต์ใช้ได้



## แนวทางการวัดผลประเมินผล

นอกจากการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด สถานการณ์ปัญหาที่ใช้หรือการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีส่วนสำคัญ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิด ซึ่งครูควรกำหนดเกณฑ์ในการให้คะแนนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถตรวจสอบคุณภาพของคำตอบที่ได้

### ตัวอย่าง สถานการณ์ ปัญหา



#### ปัญหาว่าทางปลา

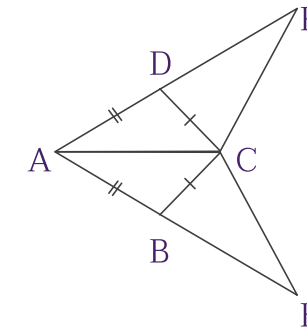
กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว มี  $AB = AD$ ,  $BC = DC$  และ  $\overline{AC}$  เป็นเส้นทแยงมุม ต่อ  $\overline{AB}$  ถึงจุด  $E$  และต่อ  $\overline{AD}$  ถึงจุด  $F$  ให้  $AE = AF$  ลาก  $\overline{CE}$  และ  $\overline{CF}$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- $\hat{A}BC = \hat{A}DC$  หรือไม่ เพราะเหตุใด (3 คะแนน)
- $\hat{C}BE = \hat{C}DF$  หรือไม่ เพราะเหตุใด (3 คะแนน)
- $BE = DF$  หรือไม่ เพราะเหตุใด (3 คะแนน)
- $\triangle BCE \cong \triangle DCF$  หรือไม่ เพราะเหตุใด (3 คะแนน)
- $CE = CF$  หรือไม่ เพราะเหตุใด (3 คะแนน)

(กำหนดเวลา 15 นาที คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

## เฉลย



1.

เท่ากัน เพราะ

พิจารณา  $\triangle ABC$  และ  $\triangle ADC$

เนื่องจาก  $AB = AD$  และ  $BC = DC$  (กำหนดให้)

$AC = AC$  ( $\overline{AC}$  เป็นด้านร่วม)

จะได้  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$  (ด.ด.ด.)

ดังนั้น  $\hat{A}BC = \hat{A}DC$  (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

2.

เท่ากัน เพราะ

$\hat{A}BC + \hat{C}BE = \hat{A}DC + \hat{C}DF = 180^\circ$  (ขนาดของมุมตรงและสมบัติของการเท่ากัน)

แต่  $\hat{A}BC = \hat{A}DC$  (ผลจากข้อ 1)

ดังนั้น  $\hat{C}BE = \hat{C}DF$  (สมบัติของการเท่ากัน)



3.

เท่ากัน เพราะ

$$AE = AF \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$AB = AD \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\text{จะได้ } AE - AB = AF - AD \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

$$\text{ดังนั้น } BE = DF$$

4.

เท่ากันทุกประการ เพราะ

$$BC = DC \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\hat{CBE} = \hat{CDF} \quad (\text{ผลจากข้อ 2})$$

$$\text{และ } BE = DF \quad (\text{ผลจากข้อ 3})$$

$$\text{จะได้ } \triangle BCE \cong \triangle DCF \quad (\text{ด.ม.ด.})$$

5.

เท่ากัน เพราะ

$$\triangle BCE \cong \triangle DCF \quad (\text{ผลจากข้อ 4})$$

ดังนั้น  $CE = CF$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของ  
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากัน  
ทุกประการจะยาวเท่ากัน)



## เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	รายการประเมิน	คะแนน
	<p>การตรวจให้คะแนนแต่ละข้อ ให้ถือปฏิบัติดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ถ้านักเรียนมีข้อบกพร่องในการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิต ให้หักรวม 1 คะแนน</li> <li>2. ถ้านักเรียนมีข้อบกพร่องในการอ้างอิงในวงเล็บ ให้หักรวม 1 คะแนน</li> </ol> <p>ทั้งนี้การหักคะแนน ต้องไม่มากกว่าคะแนนที่นักเรียนได้รับในข้อนั้น</p>	
1 (3)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงได้ถูกต้องสมบูรณ์ 3</li> <li>• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงจนสรุปได้ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle ADC</math> แต่ไม่ได้สรุปว่า <math>\hat{ABC} = \hat{ADC}</math> หรือสรุปไม่ถูกต้อง 2</li> <li>• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงเพียงบางส่วนที่อาจนำไปสู่การสรุปได้ว่า <math>\hat{ABC} = \hat{ADC}</math> 1</li> <li>• ตอบถูกต้อง แต่ไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง 0.5</li> <li>• ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ ทั้งไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง 0</li> </ul>	



## เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	รายการประเมิน	คะแนน
2 (3)	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงได้ถูกต้องสมบูรณ์	3
	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงจนสรุปได้ว่า $\hat{A}BC + \hat{C}BE = \hat{A}DC + \hat{C}DF$ และ $\hat{A}BC = \hat{A}DC$ แต่ไม่ได้สรุปว่า $\hat{C}BE = \hat{C}DF$ หรือสรุปไม่ถูกต้อง	2
	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงได้เพียงว่า $\hat{A}BC + \hat{C}BE = \hat{A}DC + \hat{C}DF$ หรือ $\hat{A}BC = \hat{A}DC$ อย่างใดอย่างหนึ่ง	1
	• ตอบถูกต้อง แต่ไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0.5
	• ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ ทั้งไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0
3 (3)	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงได้ถูกต้องสมบูรณ์	3
	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงจนสรุปได้ว่า $AE - AB = AF - AD$ แต่ไม่ได้สรุปว่า $BE = DF$ หรือสรุปไม่ถูกต้อง	2
	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงจนสรุปได้ว่า $AE = AF$ และ $AB = AD$ แต่ไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	1
	• ตอบถูกต้อง แต่ไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0.5
	• ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ ทั้งไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0

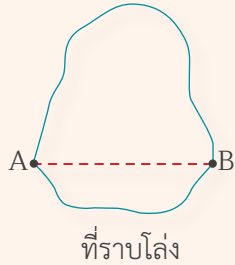
## เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	รายการประเมิน	คะแนน
4 (3)	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงได้ถูกต้องสมบูรณ์	3
	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงจนสรุปได้ในประเด็นว่า $BC = DC$ , $\hat{C}BE = \hat{C}DF$ และ $BE = DF$ แต่ไม่ได้สรุปว่า $\triangle BCE \cong \triangle DCF$ หรือสรุปไม่ถูกต้อง	2
	• ตอบถูกต้อง แต่ให้เหตุผลและอ้างอิงถึงการเท่ากันของขนาดของด้านหรือขนาดของมุมได้ไม่ครบทั้งสามประเด็น	1
	• ตอบถูกต้อง แต่ไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0.5
	• ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ ทั้งไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0
5 (3)	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงได้ถูกต้องสมบูรณ์	3
	• ตอบถูกต้อง ให้เหตุผลและอ้างอิงจนสรุปได้ว่า $\triangle BCE \cong \triangle DCF$ แต่ไม่ได้สรุปว่า $CE = CF$ หรือสรุปไม่ถูกต้อง	2
	• ตอบถูกต้อง แต่ไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0.5
	• ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ ทั้งไม่ได้ดำเนินการในขั้นต่อไปหรือดำเนินการในขั้นต่อไปไม่ถูกต้อง	0

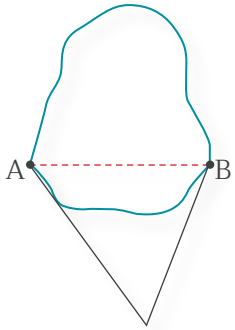


## ตัวอย่าง สถานการณ์ ปัญหา

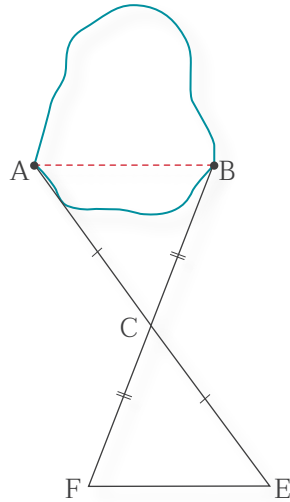
### ปัญหาท่อส่งน้ำมัน



วิศวกรต้องการวางท่อส่งน้ำมันลอดใต้ภูเขาเป็น  
แนวเส้นตรงจาก ตำแหน่งที่จุด A ถึงจุด B หน้าภูเขา  
เป็นที่ราบโล่ง วิศวกรแสดงวิธีหาความยาวของ  
ท่อส่งน้ำมันใต้ภูเขาจากจุด A ถึงจุด B โดยทำดังนี้



1. สร้าง  $\triangle ABC$   
บนที่ราบโล่ง  
หน้าภูเขา



2. ต่อ  $\overline{AC}$  ไปทาง  
จุด C ถึงจุด E  
ให้  $CE = AC$   
ต่อ  $\overline{BC}$  ไปทาง  
จุด C ถึงจุด F  
ให้  $CF = BC$   
ลาก  $\overline{EF}$

วิศวกรบอกว่าสามารถหาความยาวของ  $\overline{AB}$  โดยวัดความยาวของ  $\overline{EF}$  แทน  
แนวคิดของวิศวกรถูกต้องหรือไม่ จงให้เหตุผลทางเรขาคณิตประกอบคำตอบ

(กำหนดเวลา 7 นาที คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

### เฉลย

แนวคิดของวิศวกรถูกต้อง ด้วยเหตุผลดังนี้

พิจารณา  $\triangle ABC$  และ  $\triangle EFC$  ซึ่งมี

$$AC = EC \quad (\text{จากการสร้าง})$$

$$BC = FC \quad (\text{จากการสร้าง})$$

และ  $\hat{A}CB = \hat{E}CF$  (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน  
แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น  $\triangle ABC \cong \triangle EFC$  (ด.ม.ด.)

จะได้  $AB = EF$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยม  
สองรูปที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน)

### เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	รายการประเมิน	คะแนน
(2)	ปัญหานี้มีคะแนนเต็ม 10 คะแนน แบ่งให้คะแนนเป็น 2 ส่วน ดังนี้ ส่วนที่หนึ่ง การตอบว่าแนวคิดของวิศวกรถูกต้องหรือไม่ <ul style="list-style-type: none"> <li>ตอบถูกต้อง</li> <li>ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ</li> </ul>	2 0
(8)	ส่วนที่สอง การให้เหตุผลและอ้างอิงประกอบคำตอบ การให้เหตุผลและอ้างอิง ใช้เกณฑ์การให้คะแนนโดยแบ่งเป็นตอน ๆ โดยแยกการให้คะแนนส่วนที่เป็นข้อความแสดงเหตุผล และส่วนของการอ้างอิง ดังรายละเอียดที่ระบุไว้ในเฉลย ซึ่งกำหนดเป็นภาพรวมของการให้คะแนนดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>แสดงว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle EFC</math> และมีผลทำให้ได้ว่า <math>AB = EF</math> โดยระบุข้อความแสดงเหตุผลและการอ้างอิงได้ถูกต้องสมบูรณ์</li> <li>แสดงว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle EFC</math> และมีผลทำให้ได้ว่า <math>AB = EF</math> โดยระบุข้อความแสดงเหตุผลได้ถูกต้องแต่การอ้างอิงไม่สมบูรณ์</li> <li>แสดงว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle EFC</math> และมีผลทำให้ได้ว่า <math>AB = EF</math> โดยระบุข้อความแสดงเหตุผลแต่เพียงคร่าว ๆ และการอ้างอิงไม่สมบูรณ์</li> <li>ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดข้างต้น หรือไม่ได้ทำ</li> </ul> <b>หมายเหตุ</b> ในการตรวจให้คะแนน ถ้านักเรียนมีข้อบกพร่องในการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิต ให้หักรวม 1 คะแนน โดยการหักคะแนนต้องไม่มากกว่าคะแนนที่นักเรียนได้รับ	8 5 - 7 1 - 4 0





### ตัวชี้วัด

ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหา  
คณิตศาสตร์

เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้

ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส

- ◇ อธิบายลักษณะคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากการสังเกตรบบสมการหรือกราฟ
- ◇ แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสองสมการโดยใช้วิธีทางพีชคณิต



### แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมทั้งยกตัวอย่างของสมการทั้งในรูปแบบ  $ax + by + c = 0$  และ  $y = px + q$
2. ครูทบทวนการเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยเน้นให้นักเรียนหาคู่อันดับที่เป็นพิกัดของจุด ซึ่งสอดคล้องกับสมการมาสามจุด แล้วจึงเขียนกราฟ
3. ครูให้นักเรียนเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสองสมการโดยใช้แกนคู่เดียวกันและให้กราฟของสมการทั้งสองเป็นดังกรณีต่อไปนี้

**กรณีที่ 1** กราฟของสมการทั้งสองตัดกันที่จุดเพียงจุดเดียว

เช่น กราฟของ  $3x - y = 3$  และ  $y = -2x + 2$

**กรณีที่ 2** กราฟของสมการทั้งสองทับกันหรือเป็นเส้นเดียวกัน

เช่น กราฟของ  $x = 2y + 1$  และ  $4y = 2x - 2$

**กรณีที่ 3** กราฟของสมการทั้งสองขนานกัน

เช่น กราฟของ  $3x = 2y - 6$  และ  $4y - 6x = -6$

จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้เข้าใจความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และความหมายของคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ตลอดจนลักษณะคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งคำตอบอาจเป็นอย่างใดอย่างหนึ่งต่อไปนี้

- มีคำตอบเดียว (กราฟของสมการทั้งสองตัดกันที่จุดเพียงจุดเดียว)
- มีคำตอบมากมายไม่จำกัด (กราฟของสมการทั้งสองทับกันหรือเป็นเส้นเดียวกัน)
- ไม่มีคำตอบ (กราฟของสมการทั้งสองขนานกัน)

4. จากระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของแต่ละกรณีในข้อ 3 กล่าวคือ

**กรณีที่ 1** ระบบสมการคือ

$$3x - y = 3$$

$$y = -2x + 2$$

**กรณีที่ 2** ระบบสมการคือ

$$x = 2y + 1$$

$$4y = 2x - 2$$

**กรณีที่ 3** ระบบสมการ คือ

$$3x = 2y - 6$$

$$4y - 6x = -6$$

ในแต่ละกรณีข้างต้น ครูให้นักเรียนจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบเดียวกัน แล้วให้นักเรียนสังเกตสัมประสิทธิ์ของ  $x$  และ  $y$  จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุปดังในตารางต่อไปนี้



ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	กราฟ	สัมประสิทธิ์ของ x และ y
<b>กรณีที่ 1</b> $3x - y = 3$ $2x + y = 2$ หรือ $y = 3x - 3$ $y = -2x + 2$		จากระบบสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า สัมประสิทธิ์ของ x ไม่เท่ากัน และสัมประสิทธิ์ของ y ไม่เท่ากัน ซึ่งเราไม่สามารถทำให้สัมประสิทธิ์ของ x เท่ากันได้และไม่สามารถทำให้สัมประสิทธิ์ของ y เท่ากันได้พร้อม ๆ กัน กรณีนี้ ระบบสมการมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว
<b>กรณีที่ 2</b> $x - 2y = 1$ $2x - 4y = 2$ หรือ $2y = x - 1$ $4y = 2x - 2$		จากระบบสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่าสัมประสิทธิ์ของ x ไม่เท่ากัน และสัมประสิทธิ์ของ y ไม่เท่ากัน แต่เราสามารถทำให้สัมประสิทธิ์ของ x เท่ากันได้ ทำให้สัมประสิทธิ์ของ y เท่ากันได้ และทำให้ค่าคงตัวเท่ากันได้พร้อม ๆ กัน กรณีนี้ ระบบสมการมีคำตอบมากมายไม่จำกัด

กราฟของระบบสมการเป็นเส้นตรงสองเส้นที่ตัดกัน เพียงจุดเดียว  
 ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

กราฟของระบบสมการเป็นเส้นตรงสองเส้นที่ทับกัน หรือเป็นเส้นตรงเดียวกัน  
 ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	กราฟ	สัมประสิทธิ์ของ x และ y
<b>กรณีที่ 3</b> $3x - 2y = -6$ $6x - 4y = 6$ หรือ $2y = 3x + 6$ $4y = 6x - 6$		จากระบบสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่าสัมประสิทธิ์ของ x ไม่เท่ากัน และสัมประสิทธิ์ของ y ไม่เท่ากัน แต่เราสามารถทำให้สัมประสิทธิ์ของ x เท่ากันได้ และทำให้สัมประสิทธิ์ของ y เท่ากันได้ แต่ไม่สามารถทำให้ค่าคงตัวเท่ากันได้พร้อม ๆ กัน กรณีนี้ ระบบสมการไม่มีคำตอบ

กราฟของระบบสมการเป็นเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน  
 ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

- ครูให้นักเรียนฝึกหว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนดให้มีคำตอบเดียว มีคำตอบมากมายไม่จำกัด หรือไม่มีคำตอบ โดยใช้วิธีการสังเกตสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในระบบสมการและวิธีการเขียนกราฟ
- ครูทบทวนสมบัติของการเท่ากันโดยยกตัวอย่างประกอบ พร้อมทั้งอธิบายให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่ใช้ในขั้นตอนการแก้ระบบสมการ เช่น  $(1) + (2)$  และ  $(2) \times 3$  เป็นต้น
- ครูยกตัวอย่างการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ซึ่งอาจทำได้ด้วยการกำจัดตัวแปรหรือการแทนค่าตัวแปร เพื่อทำให้ได้สมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว พร้อมทั้งให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



- หลังจากที่นักเรียนฝึกการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว ครูควรฝึกให้นักเรียนใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนเพื่อพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และควรย้ำกับนักเรียนว่าให้ตรวจสอบคำตอบในกระดาษทด โดยไม่ต้องเขียนแสดงการตรวจสอบให้เห็น เพื่อให้ นักเรียนเห็นประโยชน์ของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ครูนำ โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องต่าง ๆ เช่น จำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา มาให้นักเรียนร่วมกัน ฝึกเขียนและแก้ระบบสมการ ซึ่งถ้าแก้ปัญหาเหล่านี้ โดยใช้สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวอาจทำได้ยุ่งยากกว่าหรืออาจทำไม่ได้ ดังตัวอย่างปัญหาต่อไปนี้
  - ถ้าครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งเป็นสามเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง และสองเท่าของผลบวกของสองจำนวนนั้นเป็น 98 จงหาจำนวน สองจำนวนนั้น
  - ปุ๊กลูกมีเงินเก็บอยู่ 50,000 บาท ส่วนหนึ่งนำไปฝากธนาคารเพื่อรับ ดอกเบี้ย 1.5% ส่วนที่เหลือนำไปลงทุนเพื่อรับเงินปันผล 4% สิ้นปีมี รายได้จากดอกเบี้ยและเงินปันผลรวมกัน 1,800 บาท อยากทราบว่า ปุ๊กลูกนำเงินไปฝากธนาคารกี่บาท
  - หมากและมินต์ซึบรตออกจากจุดเริ่มต้นเดียวกันไปในทิศทางตรงข้ามกัน โดยหมากซึบรตด้วยอัตราเร็วมากกว่ามินต์อยู่ 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หลังจากผ่านไปหนึ่งชั่วโมง ทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 120 กิโลเมตร จงหาว่าแต่ละคนซึบรตด้วยอัตราเร็วเท่าไร
8. ครูควรย้ำกับนักเรียนว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรนั้น เมื่อได้คำตอบของระบบสมการแล้ว ต้องตรวจสอบด้วยว่า คำตอบนั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขในโจทย์ หรือไม่ เพราะบางครั้งคำตอบ ที่ได้จากการแก้ระบบสมการอาจไม่ใช่คำตอบของโจทย์ปัญหา



## แนวทางการวัดผลประเมินผล

นอกจากการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด สถานการณ์ปัญหา ที่ใช้หรือการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีส่วนสำคัญ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ แสดงความคิด ซึ่งครูควรกำหนดเกณฑ์ในการให้คะแนนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถ ตรวจสอบคุณภาพของคำตอบที่ได้

### ตัวอย่าง สถานการณ์ ปัญหา

ญาดาและแก้วตาชวนกันไปเดินเล่นที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง แล้ว แวะเข้าไปซื้อขนมในซูเปอร์มาร์เก็ต โดยญาดาซื้อถั่วอบกรอบ 3 ถุง และ ลูกอม 4 ถุง คิดเป็นเงิน 157 บาท ส่วนแก้วตาซื้อถั่วอบกรอบ 4 ถุง และ ลูกอม 2 ถุง คิดเป็นเงิน 126 บาท ระหว่างที่ทั้งสองคนเดินทางกลับบ้าน เขาพบเพื่อนสองคนคือ สมยศและอานนท์ หลังจากทักทายกันแล้ว สมยศและอานนท์เห็นว่าญาดาและแก้วตาซื้อขนมมา จึงขอซื้อต่อในราคา ที่ซื้อมา

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้าสมยศขอซื้อถั่วอบกรอบ 1 ถุง และลูกอม 1 ถุง เขาจะต้องจ่ายเงินกี่บาท (9 คะแนน)
2. ถ้าอานนท์มีเงินเพียง 40 บาท และต้องการขอซื้อถั่วอบกรอบ 1 ถุง และลูกอม 1 ถุง เช่นเดียวกับสมยศ เขาจะซื้อขนมได้ตามที่ต้องการหรือไม่ (1 คะแนน)

(กำหนดเวลา 10 นาที คะแนนเต็ม 10 คะแนน)



## เฉลย

1. ให้ซื้อถั่วอบกรอบมาราคาถุงละ  $x$  บาท (1 คะแนน)  
และซื้อลูกอมมาราคาถุงละ  $y$  บาท
- ญาติซื้อถั่วอบกรอบ 3 ถุง และลูกอม 4 ถุง คิดเป็นเงิน 157 บาท  
จะได้สมการเป็น  $3x + 4y = 157$  ————— ① (1 คะแนน)
- แก้วตาซื้อถั่วอบกรอบ 4 ถุง และลูกอม 2 ถุง คิดเป็นเงิน 126 บาท  
จะได้สมการเป็น  $4x + 2y = 126$  ————— ② (1 คะแนน)
- ②  $\times 2$  ;  $8x + 4y = 252$  ————— ③
- ③  $-$  ① ;  $(8x + 4y) - (3x + 4y) = 252 - 157$   
 $8x + 4y - 3x - 4y = 95$   
 $5x = 95$   
 $x = 19$  (2 คะแนน)
- แทน  $x$  ด้วย 19 ในสมการ ① จะได้  
 $3(19) + 4y = 157$   
 $4y = 157 - 57$   
 $4y = 100$   
 $y = 25$  (2 คะแนน)
- ดังนั้น ซื้อถั่วอบกรอบมาราคาถุงละ 19 บาท และซื้อลูกอมมาราคาถุงละ 25 บาท  
ถ้าสมยศซื้อถั่วอบกรอบ 1 ถุง และลูกอม 1 ถุง เขาจะต้องจ่ายเงิน  
 $19 + 25 = 44$  บาท (2 คะแนน)
2. จากข้อ 1 ทราบว่า ถั่วอบกรอบ 1 ถุง และลูกอม 1 ถุง  
ราคารวมกัน 44 บาท  
แต่อานนท์มีเงินเพียง 40 บาท  
ดังนั้นเขาจะซื้อขนม **ไม่ได้** ตามที่ต้องการ (1 คะแนน)

## เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	รายการประเมิน	คะแนน
1 (9) (1)	แบ่งให้คะแนนเป็นส่วน ดังนี้ <b>ส่วนที่หนึ่ง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>กำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง</li> <li>กำหนดตัวแปรไม่ถูกต้อง หรือไม่กำหนดตัวแปร</li> </ul>	1 0
(2)	<b>ส่วนที่สอง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>แสดงแนวคิดเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการและเขียนสมการได้ถูกต้อง (สมการละ 1 คะแนน)</li> <li>แสดงแนวคิดเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการ แต่เขียนสมการไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงแนวคิด แต่เขียนสมการได้ถูกต้อง</li> <li>เขียนไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียน</li> </ul>	2 1 0
(4)	<b>ส่วนที่สาม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>แสดงการแก้ระบบสมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง (ตัวแปรละ 2 คะแนน)</li> <li>แสดงการแก้ระบบสมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้องบางส่วน</li> <li>แสดงการแก้สมการหาค่าตัวแปรไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงการแก้สมการหาค่าตัวแปร</li> </ul>	4 2 0
(2)	<b>ส่วนที่สี่</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>ตอบได้ถูกต้องว่า สมยศต้องจ่ายเงินกี่บาท (44 บาท)</li> <li>ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ</li> </ul>	2 0
2 (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>ตอบได้ถูกต้องว่า อานนท์จะซื้อขนมได้ตามต้องการหรือไม่ (ไม่ได้)</li> <li>ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ</li> </ul>	1 0



หลักสูตร การสอน และการวัดผลประเมินผล เป็นองค์ประกอบหลักที่สำคัญในการออกแบบแนวทางการจัดการเรียนรู้ หากมีการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่ง จะส่งผลกระทบต่อองค์ประกอบอื่นตามไปด้วย ดังนั้น เพื่อความสอดคล้องและเกิดประสิทธิผลในการนำไปใช้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงกำหนดเป้าหมายและจุดเน้นหลายประการที่ผู้สอนควรตระหนักและทำความเข้าใจ เพื่อให้การจัดการเรียนรู้สัมฤทธิ์ผลตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ผู้สอนควรศึกษาเพิ่มเติมในเรื่องการสอนสถิติในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

### การสอนสถิติในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สถิติเป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้จากข้อมูล (Agresti & Franklin, 2013) ยิ่งข้อมูลจำนวนมากในโลกปัจจุบันด้วยแล้ว การรู้เรื่องสถิติ (statistical literacy) ถือเป็นเรื่องจำเป็นและสำคัญอย่างยิ่งสำหรับพลเมืองในทุกประเทศ เพราะการตัดสินใจหลาย ๆ อย่างในชีวิตประจำวัน ล้วนแล้วแต่ต้องอาศัยข้อมูลเป็นพื้นฐาน เช่น ผลการสำรวจความคิดเห็นต่าง ๆ การตัดสินใจเกี่ยวกับการลงทุนทางการเงิน ความเสี่ยงในเรื่องสุขภาพจากข้อมูลทางการแพทย์ เป็นต้น (Franklin, Kader, Bargagliotti, Scheaffer, Case & Spangler, 2015) หลายประเทศให้ความสนใจกับการพัฒนาพลเมืองให้รู้เรื่องสถิติ เพราะเชื่อว่าพลเมืองที่รู้เรื่องสถิติจะสามารถดำรงชีวิตในยุคปัจจุบันได้อย่างรู้เท่าทันเหตุการณ์ การพัฒนาพลเมืองให้รู้เรื่องสถิติดังกล่าวเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องและสะท้อนได้ชัดเจนจากหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนของหลาย ๆ ประเทศ

สถิติซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์มาหลายทศวรรษนั้นมักจะถูกมองว่าเป็นศาสตร์เดียวกัน ทั้งที่จริงแล้วศาสตร์ทั้งสองมีความแตกต่างกัน ความแตกต่างที่เห็นได้อย่างชัดเจน คือ สถิติจะมีจุดเน้นที่ความผันแปร (variability) ของข้อมูลและอาศัยบริบทของข้อมูลอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ โดยการผันแปรที่เกิดขึ้นจากปัจจัยที่แตกต่างกันไป เช่น การผันแปรที่เกิดจากความแตกต่างของประชากร การผันแปรที่เกิดจากการทดลอง การผันแปรที่เกิดจากการสุ่มประชากร เป็นต้น ในขณะที่คณิตศาสตร์จะมุ่งเน้นกับการค้นหาคำตอบที่แน่ชัดและอาจให้ความสนใจที่บริบทข้อมูลหรือไม่ก็ได้ ดังนั้นการทำความเข้าใจถึงข้อแตกต่างระหว่างสถิติและคณิตศาสตร์ถือเป็นเรื่องจำเป็น เพราะจะทำให้ผู้ที่สอนวิชาสถิติในระดับโรงเรียนสามารถพัฒนาผู้เรียนให้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นสถิติในทิศทางที่ถูกต้อง

การทำความเข้าใจเกี่ยวกับความสำคัญของสถิติ การบรรจุให้สถิติเป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน และความเข้าใจในความแตกต่างระหว่างสถิติและคณิตศาสตร์ถือได้ว่าเป็นปัจจัยที่สำคัญในการเริ่มต้นพัฒนาพลเมืองให้รู้เรื่องสถิติ นอกจากนี้กระบวนการแก้ปัญหาทางสถิติซึ่งผู้สอนควรสร้างโอกาสให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์กับกระบวนการเหล่านี้เพราะเป็นเครื่องมือที่จำเป็นในการสร้างองค์ความรู้ทางสถิติ กระบวนการแก้ปัญหาทางสถิติตามแนวทางในรายงานเกี่ยวกับแนวทางสำหรับการประเมินผลและจัดการเรียนรู้ในการศึกษาสถิติ (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education: GAISE) ซึ่งเป็นกรอบหลักสูตรสถิติระดับโรงเรียนและที่ได้รับความเห็นชอบจากสมาคมสถิติแห่งสหรัฐอเมริกา (American Statistical Association: ASA) ประกอบด้วย

1. การสร้างคำถามทางสถิติ (formulating statistical questions) เป็นการระบุปัญหาใกล้ตัวและการสร้างคำถามที่ต้องใช้ข้อมูลช่วยในการหาคำตอบ
2. การเก็บรวบรวมข้อมูล (collecting data) เป็นการออกแบบและวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมและเก็บรวบรวมข้อมูลตามแผนซึ่งได้ออกแบบไว้
3. การวิเคราะห์ข้อมูล (analyzing data) เป็นการเลือกใช้วิธีการในเชิงตัวเลขหรือภาพที่เหมาะสมและใช้วิธีการดังกล่าววิเคราะห์ข้อมูล
4. การแปลความหมายข้อมูล (interpreting data) เป็นการแปลความหมายผลการวิเคราะห์ที่ได้และเชื่อมโยงผลการวิเคราะห์นั้นกับคำถามที่สร้างไว้ในตอนต้น





ข้อใดเป็นเหตุผลที่สนับสนุนว่าการเลือกใช้มัธยฐานและพิสัยของควอไทล์ดีกว่าการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในการอธิบายข้อมูลข้างต้น

- ค่าผิดปกติ (outliers) ส่งผลกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมากกว่ามัธยฐานและพิสัยของควอไทล์
- มัธยฐานและพิสัยของควอไทล์สามารถคำนวณได้ง่ายกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- ข้อมูลทั้งสองชุดมีจำนวนข้อมูลไม่เท่ากัน ดังนั้นการใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจึงไม่เหมาะสม
- การกระจายของข้อมูลทั้งสองชุดมีรูปแบบที่เหมือนกัน

เมื่อเปรียบเทียบคำถามนี้กับตัวอย่างคำถามที่ประเมินสมรรถนะในเชิงการทำงานตามขั้นตอนจะเห็นว่าเป็นการประเมินความเข้าใจเกี่ยวกับข้อสรุปเชิงตัวเลข (numerical summary) โดยไม่ต้องใช้การคิดคำนวณแต่อย่างใด แต่คำถามสามารถประเมินความสามารถในการระบุถึงความเหมาะสมของข้อสรุปเชิงตัวเลขของข้อมูลซึ่งมีการเปรียบเทียบลักษณะการกระจายของข้อมูลไว้ด้วยภาพ ซึ่งเมื่อพิจารณาจากภาพดังกล่าว นักเรียนควรจะตอบได้ว่า คำตอบใน ข้อ ก. เป็นคำตอบที่ถูกต้องเพราะค่าผิดปกตินี้มีผลอย่างมากกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ส่งผลให้มัธยฐานและพิสัยของควอไทล์เป็นข้อสรุปเชิงตัวเลขที่เหมาะสมในการอธิบายข้อมูลชุดนี้ การที่นักเรียนสามารถอธิบายความเหมาะสมเกี่ยวกับข้อสรุปของข้อมูลโดยอาศัยการกระจายของข้อมูลจะต้องอาศัยความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ มิใช่การจดจำสูตรในการคิดคำนวณเท่านั้น

3

### ตัวอย่างคำถามที่ประเมินความคิดเชิงสถิติ (assessing statistical thinking)

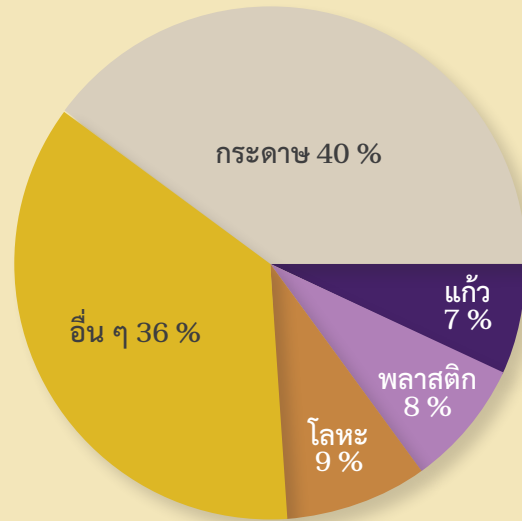
จากการสุ่มตัวอย่างกลุ่มผู้ใหญ่จำนวน 1,328 จากกลุ่มประชากรที่ได้รับการเฝ้าติดตามพฤติกรรมในเรื่องการสูบบุหรี่และการดื่มกาแฟ โดยการประสบปัญหาโรคเส้นเลือดสมอง เป็นเวลา 13 ปี ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำถามที่ไม่สามารถใช้ข้อมูลเหล่านี้ในการตอบคำถามได้

- ผู้ที่ดื่มกาแฟมีแนวโน้มที่จะสูบบุหรี่ได้มากกว่าผู้ที่ไม่ดื่มกาแฟใช่หรือไม่
- การดื่มกาแฟช่วยลดการเกิดโรคเส้นเลือดสมองใช่หรือไม่
- ผู้ที่ดื่มกาแฟเป็นโรคเส้นเลือดสมองน้อยกว่าผู้ที่ไม่ดื่มกาแฟใช่หรือไม่
- ร้อยละของประชากรที่ดื่มกาแฟเป็นเท่าใด

ในการตอบคำถามข้างต้นจะเห็นว่า นักเรียนจะต้องเข้าใจว่าคำถามใดสามารถหาคำตอบได้ด้วยข้อมูลซึ่งได้จากการสำรวจกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะเห็นว่าคำถามที่สามารถตอบได้ด้วยข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้เป็นไปได้ทุกข้อ ยกเว้นคำถามในข้อ ข. ซึ่งคำถามในข้อ ข. อาจต้องอาศัยข้อมูลจากการทดลองในกลุ่มตัวอย่างจึงจะเหมาะสมกว่า



แม้ว่าการคิดเชิงสถิติมีจุดเน้นที่ข้อมูล ความสำคัญของการได้มาซึ่งข้อมูล และความผันแปรของข้อมูล ซึ่งมีความแตกต่างไปจากการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แต่คำถามที่ใช้ประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนส่วนใหญ่ยังมุ่งเน้นที่ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เช่น



แผนภาพข้างต้นแสดงปริมาณขยะโดยน้ำหนัก ถ้าขยะประเภทกระดาษมี 60 ตัน ขยะที่เป็นพลาสติกมีปริมาณกี่ตัน

- ก. 24
- ข. 20
- ค. 15
- ง. 12

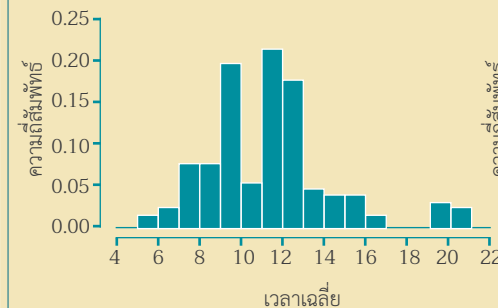
จะเห็นว่าการจะตอบคำถามข้างต้นได้นั้นต้องอาศัยความคิดเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่องเปอร์เซ็นต์หรืออัตราส่วน และมีคำตอบเป็น 12 ซึ่งนักเรียนไม่จำเป็นต้องพิจารณาเหตุผลว่าทำไมข้อมูลนี้จึงน่าสนใจ มีการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างไร หรือตัวอย่างข้อมูลที่เก็บได้นี้เป็นตัวแทนที่ดีของประชากรได้มากน้อยเพียงใด ซึ่งหากเปรียบเทียบกับคำถามแรกจะพบว่า คำถามแรกนั้นต้องการประเมินความคิดทางสถิติ ซึ่งนักเรียนจะต้องเชื่อมโยงความรู้ในเรื่องคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล และการแปลความหมายให้ได้

4

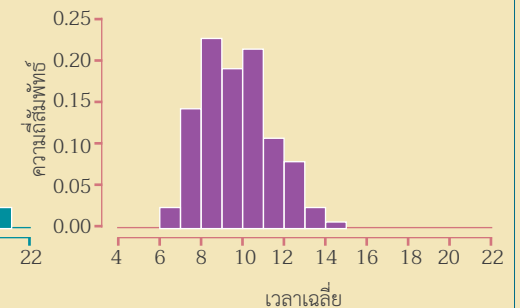
#### ตัวอย่างคำถามที่ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาทางสถิติ (assessing statistical problem solving)

ในเมืองแห่งหนึ่งได้จัดการแข่งขันวิ่งมาราธอนมาแล้ว 2 ครั้ง นักวิ่งแต่ละคนจะเลือกวิ่ง 5 กิโลเมตรหรือวิ่งฮาล์ฟมาราธอน ซึ่งมีนักวิ่งในแต่ละรายการเท่ากับ 134 คน และ 224 คน ตามลำดับ เวลาเฉลี่ยที่นักวิ่งแต่ละคนทำได้ในการวิ่งให้ได้ระยะทาง 1.7 กิโลเมตรจะคำนวณจากระยะเวลาที่ใช้ทั้งหมดจนถึงเส้นชัย หากด้วยระยะทางที่วิ่งทั้งหมด ฮิสโทแกรมต่อไปนี้แสดงเวลาเฉลี่ยของนักวิ่งในแต่ละประเภท

เวลาเฉลี่ยสำหรับนักวิ่ง 5 กิโลเมตร



เวลาเฉลี่ยสำหรับนักวิ่งฮาล์ฟ



- ก. รอนทำนายว่าเวลาเฉลี่ยของนักวิ่ง 5 กิโลเมตร จะคงเส้นคงวาว่านักวิ่งฮาล์ฟมาราธอน ข้อมูลข้างต้นสนับสนุนคำกล่าวของรอนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
- ข. คิระทำนายว่า โดยเฉลี่ยแล้ว เวลาเฉลี่ยสำหรับนักวิ่งฮาล์ฟมาราธอนจะมากกว่านักวิ่ง 5 กิโลเมตร ข้อมูลข้างต้นสนับสนุนคำกล่าวของคิระได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
- ค. จากข้อมูลข้างต้นนักวิ่งแต่ละคนจะเลือกวิ่งแข่งประเภทใดประเภทหนึ่งเท่านั้น หากใช้ข้อมูลนี้เพื่อสรุปว่า เวลาเฉลี่ยของนักวิ่งแต่ละคนจะมีค่าน้อยกว่าเมื่อวิ่งฮาล์ฟมาราธอน ข้อสรุปดังกล่าวสมเหตุสมผลหรือไม่ จงอธิบาย







ในการตอบคำถามข้างต้น จะเห็นว่า นักเรียนจะต้องเข้าใจว่าคำถามใดสามารถหาคำตอบได้ด้วยข้อมูลซึ่งได้จากการสำรวจกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะเห็นว่าคำถามที่สามารถตอบได้ด้วยข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้เป็นไปได้ทุกข้อ ยกเว้นคำถามในข้อ ข. ซึ่งคำถามในข้อ ข. อาจต้องอาศัยข้อมูลจากการทดลองในกลุ่มตัวอย่างจึงจะเหมาะสมกว่า

จะเห็นว่าคำถามในข้อ ก. และ ข. นั้นต้องการให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลโดยอาศัยการเปรียบเทียบเกี่ยวกับเวลาเฉลี่ยและการผันแปรของเวลาเฉลี่ยของนักวิ่งทั้งสองประเภท ซึ่งนักเรียนควรอธิบายได้ว่าข้อมูลที่นำเสนอด้วยฮิสโทแกรมไม่สามารถนำมาใช้สนับสนุนข้อคาดการณ์ของรอนและศิริ เพราะเวลาเฉลี่ยในการวิ่ง 5 กิโลเมตรนั้นมีความผันแปรมากกว่าเวลาเฉลี่ยในการวิ่งฮาล์ฟมาราธอนอย่างเห็นได้ชัด และเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการวิ่งฮาล์ฟมาราธอนสั้นกว่าเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการวิ่งระยะ 5 กิโลเมตร ส่วนคำถามในข้อ ค. ต้องการให้นักเรียนแปลความหมายของผลลัพธ์ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการพิจารณาว่าข้อมูลที่ได้นี้มีการเก็บรวบรวมมาได้อย่างไร และคำถามทางสถิติใดที่สามารถหาคำตอบได้จากข้อมูลนี้ นักเรียนควรเข้าใจว่าการที่นักวิ่งเลือกวิ่งประเภทใดประเภทหนึ่งนั้นส่งผลต่อข้อสรุปที่ได้ด้วย กล่าวคือ การเลือกนั้นจำเป็นต้องอาศัยความสามารถของนักวิ่งแต่ละคน ดังนั้นจึงไม่ควรสรุปว่าเวลาเฉลี่ยของนักวิ่งแต่ละคนจะน้อยกว่าเมื่อเลือกวิ่งประเภทฮาล์ฟมาราธอน

แม้ว่าคำถามปลายเปิดจะเป็นแนวทางหนึ่งในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาทางสถิติ แต่ก็ยังมีข้อจำกัดในเรื่องหัวข้อปัญหาหรือแนวทางในการวิเคราะห์ข้อมูล การให้นักเรียนได้มีโอกาสทำโครงการที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางสถิติ น่าจะเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่น่าสนใจ และจะทำให้ครูสามารถเห็นกระบวนการที่นักเรียนทำตั้งแต่ต้นจนจบ นับตั้งแต่การเลือกหัวข้อปัญหา การสร้างคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมเพื่อตอบคำถาม การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้แผนภาพต่าง ๆ และเครื่องมือทางสถิติอื่น ๆ รวมถึงการแปลความหมายข้อมูลที่เหมาะสม

เครื่องมือในการประเมินความรู้ความสามารถทางสถิติของนักเรียน ถือว่ามีส่วนสำคัญอย่างมากกับการจัดการเรียนการสอน เพราะจะสะท้อนความเข้าใจของครูเองที่มีต่อสถิติ อีกทั้งคุณภาพของเครื่องมือยังช่วยส่งเสริมและกระตุ้นทักษะการคิดวิเคราะห์ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากข้อมูล และใช้ข้อมูลให้เกิดประโยชน์สูงสุด

## การใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เทคโนโลยีมีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันด้วยเหตุผลหลายประการ อาทิ เทคโนโลยีช่วยให้เนื้อหาที่เป็นนามธรรมมีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น ช่วยจัดการกับข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล ช่วยให้การคิดคำนวณถูกต้องแม่นยำ เป็นต้น ส่งผลให้รูปแบบการเรียนการสอนเปลี่ยนแปลงไปและเพิ่มขีดความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียน (NCTM, 2000) ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครูในหัวข้อนี้ มุ่งให้ครูได้รู้จักกับเทคโนโลยีที่น่าสนใจ และตัวอย่างการประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน

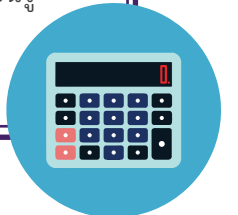
### เครื่อง คิดเลข

เครื่องคิดเลขเป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ในชีวิตประจำวันที่ใช้ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ในปัจจุบันมีเครื่องคิดเลขให้เลือกใช้อย่างหลากหลาย เช่น เครื่องคิดเลขธรรมดา เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ (scientific calculator) เครื่องคิดเลขกราฟิก (graphic calculator) เป็นต้น ซึ่งประเทศที่พัฒนาแล้วหลายประเทศ กำหนดให้ทุกโรงเรียนต้องจัดให้มีสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เพราะเครื่องคิดเลขมีราคาไม่สูงนักและสามารถพกพาได้สะดวก

การใช้งานเครื่องคิดเลขในการจัดการเรียนรู้ อาจทำได้หลายลักษณะ (Kissane & Kemp, 2014) ดังนี้

1. การใช้เครื่องคิดเลขในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (representation)
2. การใช้เครื่องคิดเลขในการคิดคำนวณ (computation)
3. การใช้เครื่องคิดเลขในการสำรวจ (exploration)
4. การใช้เครื่องคิดเลขในการตรวจคำตอบ (affirmation)

ซึ่งครูควรผสมผสานการใช้งานเครื่องคิดเลขในการจัดการเรียนรู้





## 1 การใช้เครื่องคิดเลขในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (representation)

เครื่องคิดเลขบางรุ่นสามารถแสดงจำนวนได้หลากหลายรูปแบบ ช่วยให้นักเรียนมองเห็นรูปแบบที่แตกต่างกันของจำนวนที่เท่ากันหรือฟังก์ชันเดียวกันได้

ตัวอย่างการใช้เครื่องคิดเลขในการแสดงจำนวนจำนวนหนึ่งด้วยเศษส่วน จำนวนคละ และทศนิยม

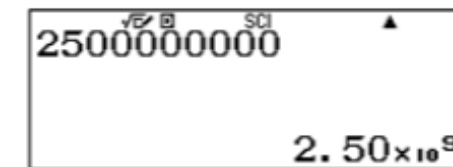
$22 \div 4$	$22 \div 4$	$22 \div 4$
$\frac{11}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5.5
0.8	$16 \div 20$	$\frac{12}{15}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$

ครูสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่มีคำสั่งนำเข้าจำนวนและแสดงจำนวนที่เป็นเศษส่วนในการนำเสนอแนวคิดให้นักเรียนเห็นว่าจำนวนจำนวนหนึ่งสามารถแสดงอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น อาจอยู่ในรูปของเศษส่วน จำนวนคละ หรือทศนิยม เป็นต้น และจำนวนที่แสดงอยู่ในรูปแบบที่ต่างกันอาจจะเป็นจำนวนที่เท่ากันก็ได้เช่นกัน

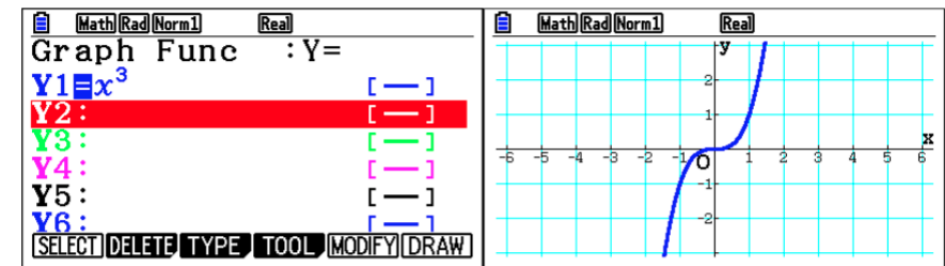
เครื่อง  
คิดเลข

ครูสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่มีคำสั่งในการแสดงสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสังเกตการแสดงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ และจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ ให้อยู่ในรูป  $A \times 10^n$  เมื่อ  $1 \leq A < 10$  ซึ่งการเขียนจำนวนในรูปแบบข้างต้น เราจะเรียกว่าสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตัวอย่างการใช้เครื่องคิดเลขในการแสดงจำนวนจำนวนหนึ่งด้วยสัญกรณ์วิทยาศาสตร์



ตัวอย่างการใช้เครื่องคิดเลขในการแสดงฟังก์ชันในรูปของสัญลักษณ์และรูปของกราฟ



ครูสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์หรือเครื่องคำนวณกราฟิกที่มีคำสั่งในการแสดงกราฟเพื่อใช้ในการเชื่อมโยงจากฟังก์ชันในรูปของสัญลักษณ์สู่ฟังก์ชันในรูปของกราฟ ซึ่งในขณะที่สอนครูสามารถใช้ตารางในการแสดงค่า  $x$  และ  $y$  ที่สอดคล้องกับฟังก์ชันและชี้ให้เห็นถึงการลงจุดจนได้กราฟของฟังก์ชันนั้น

เครื่อง  
คิดเลข



## 2 การใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณ (computation)

เมื่อครูสอนความคิดรวบยอดและขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหา ในเนื้อหาที่มีการคิดคำนวณที่ซับซ้อนหรือมีข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณ ปริมาณมาก ครูอาจจะให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขมาใช้ในการคำนวณหาค่าที่สนใจเพื่อลดความผิดพลาดและลดเวลาในการคำนวณ

ตัวอย่างการใช้เครื่องคิดเลขในการนำเข้าข้อมูลที่สนใจและใช้คำสั่งในการหาค่าสถิติของข้อมูล

	<b>1:Summation</b> <b>2:Variable</b> <b>3:Min/Max</b> <b>4:Norm Dist</b>	<b>1:<math>\bar{x}</math></b> <b>3:<math>\sigma x</math></b> <b>5:sx</b>	<b>2:<math>\sigma^2 x</math></b> <b>4:<math>s^2 x</math></b> <b>6:n</b>
58			
$\bar{x}$	<b>1:min(x)</b> <b>3:Med</b> <b>5:max(x)</b>	<b>2:Q<sub>1</sub></b> <b>4:Q<sub>3</sub></b>	<b>Med</b>
64.4			65

ครูสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่มีคำสั่งทางสถิติในการคำนวณทางสถิติหลังจากนักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาแล้ว โดยนำเข้าข้อมูลเชิงปริมาณที่เก็บรวบรวมได้ และเลือกใช้การวิเคราะห์ข้อมูลที่ต้องการ เพื่อใช้ในการนำเสนอข้อมูลหรือแปลความหมายข้อมูล

เครื่อง  
คิดเลข



## 3 การใช้เครื่องคิดเลขในการสำรวจ (exploration)

ครูสามารถใช้เครื่องคิดเลขในการสังเกตหรือสำรวจสมบัติต่าง ๆ ได้โดยให้นักเรียนใช้คำสั่งของเครื่องคิดเลข สังเกตสิ่งที่เกิดขึ้น และสร้างข้อความคาดการณ์ เพื่อนำไปสู่สมบัติต่าง ๆ

ตัวอย่างการใช้เครื่องคิดเลขในการสำรวจสมบัติการคูณและการหารของเลขยกกำลัง

$5^2 \times 5^3$	$7^4 \times 7^5$	$11^8 \times 11$
5 <sup>5</sup>	7 <sup>9</sup>	11 <sup>9</sup>
$3^5 \div 3^2$	$13^6 \div 13^4$	$2^{21} \div 2^8$
3 <sup>3</sup>	13 <sup>2</sup>	2 <sup>13</sup>

ครูสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่มีฟังก์ชันในการแสดงผลให้อยู่ในเลขยกกำลังเพื่อให้นักเรียนสังเกตผลที่ได้จากการคูณและการหารของเลขยกกำลัง ฝึกสร้างข้อความคาดการณ์ที่สังเกตได้ และพิสูจน์โดยใช้บทนิยามหรือสมบัติที่เกี่ยวข้อง เพื่อสรุปเป็นสมบัติการคูณและการหารของเลขยกกำลัง

เครื่อง  
คิดเลข



#### 4 การใช้เครื่องคิดเลขในการตรวจคำตอบ (affirmation)

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สิ่งหนึ่งที่สำคัญ คือ การตรวจคำตอบ ซึ่งครูอาจจะให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคิดเลขในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ทั้งนี้ ครูอาจจะเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในระหว่างการแก้ปัญหาด้วยก็ได้

ตัวอย่างของการใช้เครื่องคิดเลขในการตรวจคำตอบที่ได้จากการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้คำสั่งของเครื่องคิดเลข

$\left\{ \begin{array}{l} 5x + 4y = 20 \\ 4x + 5y = 30 \end{array} \right.$	$x =$	$y =$
	$-2\frac{2}{9}$	$7\frac{7}{9}$

ครูสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่มีคำสั่งระบบสมการ เพื่อให้นักเรียนใส่สัมประสิทธิ์และค่าคงตัวของสมการเชิงเส้นทั้งสองสมการ และใช้คำสั่งในการหาคำตอบเพื่อตรวจสอบคำตอบของนักเรียนที่หาได้จากการคิดคำนวณด้วยตนเอง

ตัวอย่างของการใช้เครื่องคิดเลขในการตรวจคำตอบที่ได้จากการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้การแทนค่าลงในระบบสมการ

$5\left(-2\frac{2}{9}\right) + 4\left(7\frac{7}{9}\right)$	$4\left(-2\frac{2}{9}\right) + 5\left(7\frac{7}{9}\right)$
20	30

ครูสามารถให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการแทนค่าตัวแปรด้วยคำตอบที่นักเรียนหาได้จากการคิดคำนวณ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับสมการเชิงเส้นทั้งสองสมการ

เครื่อง  
คิดเลข

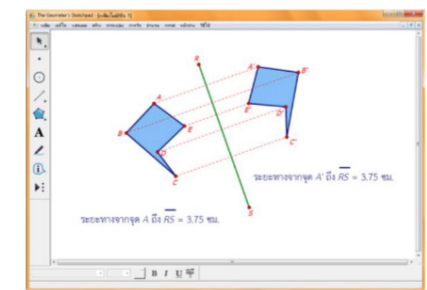
#### โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

The Geometer's Sketchpad หรือ GSP เป็นซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์เชิงเรขาคณิตพลวัต นิยมใช้ในการสร้าง สํารวจ และวิเคราะห์สิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งยังใช้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) รวมทั้งวาดภาพที่มีความซับซ้อน และสามารถเคลื่อนไหวได้ โดยครูผู้สอนอาจใช้โปรแกรม GSP ในการสร้างสื่อการเรียนรู้ หรืออาจให้ผู้เรียนใช้โปรแกรม GSP ในการสังเกต สํารวจ หรือสร้างสรุคร่าง เพื่อพัฒนาองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น อีกทั้งยังช่วยให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ และช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ครูสามารถสร้างสื่อการสอนจากโปรแกรม GSP แล้วให้นักเรียนได้สํารวจเพื่อสรุปสมบัติของการสะท้อน โดยครูควรให้นักเรียนได้สังเกตองค์ประกอบที่จำเป็นต้องมีในการสะท้อน ได้แก่ รูปต้นแบบ และเส้นสะท้อน รวมทั้งให้นักเรียนได้สํารวจสมบัติต่าง ๆ เช่น ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อน ซึ่งจะขนานกัน สํารวจระยะห่างระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน กับเส้นสะท้อนจะมีระยะห่างเท่ากันเสมอ



ภาพหน้าจอของโปรแกรม

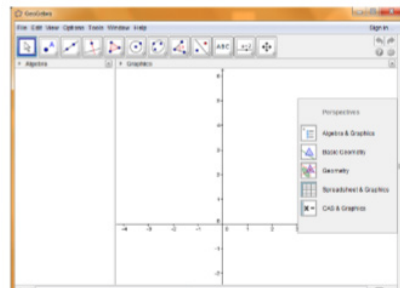


ตัวอย่างการนำโปรแกรม GSP ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการสะท้อน

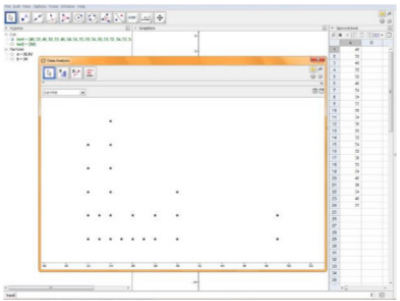
กิจกรรมการเรียนรู้การสอนในลักษณะนี้จะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างเป็นเหตุเป็นผล ผ่านการลงมือปฏิบัติซึ่งจะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยความหมาย

ครู นักเรียน หรือผู้ที่สนใจสามารถติดต่อซื้อโปรแกรม GSP ฉบับภาษาไทยได้ที่สำนักบริการวิชาการและบริหารทรัพยากร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

โปรแกรม  
GSP



ภาพหน้าจอของโปรแกรม



ตัวอย่างการนำโปรแกรม GeoGebra ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในเรื่องแผนภาพจุด

## โปรแกรม GeoGebra

GeoGebra เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์เชิงพลวัตซึ่งรวมเรขาคณิต พีชคณิตและแคลคูลัสไว้ด้วยกัน สามารถใช้ในการสร้างชิ้นงานเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตได้ในภายหลัง การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป GeoGebra บูรณาการกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะช่วยเพิ่มพูนและพัฒนาศักยภาพของครูผู้สอน อีกทั้งยังเป็นแนวทางในการค้นคว้าเพิ่มเติม และนำแนวคิดที่ได้ไปจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองตามความสามารถของตน ส่งผลให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดสร้างสรรค์ มีจินตนาการ เกิดทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ครูอาจให้นักเรียนทำกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GeoGebra ในการแก้ปัญหา และมีใบงานที่ประกอบด้วยคำถามย่อย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้สังเกต หรือสำรวจผลที่ได้จากการทำกิจกรรม หรือครูอาจให้นักเรียนใช้โปรแกรม GeoGebra เพื่อตรวจสอบคำตอบจากคำถามทางสถิติต่าง ๆ เช่น ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน หรือฐานนิยม นอกจากนี้ครูยังสามารถใช้โปรแกรม GeoGebra เพื่อสร้างสื่อการเรียนการสอนให้นักเรียนได้สังเกต และวิเคราะห์ข้อมูลที่ครูนำเสนอ GeoGebra เป็นโปรแกรมแบบ Open source ซึ่งสามารถดาวน์โหลดเพื่อนำมาใช้งานได้ฟรี ครู นักเรียน หรือผู้ที่สนใจสามารถดาวน์โหลดโปรแกรม GeoGebra ได้ที่เว็บไซต์ [www.geogebra.org/materials](http://www.geogebra.org/materials) หรือดาวน์โหลดแอปพลิเคชันผ่านแท็บเล็ตและสมาร์ทโฟนที่รองรับระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์ (Android) และไอโอเอส (iOS)

โปรแกรม  
GeoGebra

## ชุดสื่อคณิตศาสตร์อัจฉริยะ Play Facto

ชุดสื่อคณิตศาสตร์อัจฉริยะ Play Facto เป็นสื่ออุปกรณ์ที่ส่งเสริมและพัฒนาให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ เหมาะสำหรับนักเรียนตั้งแต่อายุ 5 - 12 ปี ชุดสื่อคณิตศาสตร์นี้ประกอบไปด้วยสื่อย่อย ๆ รวม 10 กล่อง ที่ครอบคลุมเนื้อหาในสาระของจำนวนและพีชคณิต และการวัดและเรขาคณิต นอกจากนี้ชุดสื่อคณิตศาสตร์อัจฉริยะ Play Facto ยังได้จัดทำในรูปแบบของแอปพลิเคชัน เพื่อสะดวกในการเข้าถึงและสามารถเผยแพร่ได้กว้างขวางมากยิ่งขึ้น



ครูสามารถใช้ชุดสื่อคณิตศาสตร์อัจฉริยะ Play Facto ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในขณะที่กำลังสอน หรือให้นักเรียนใช้ฝึกฝนตามเนื้อเรื่องที่เรียนอยู่ เช่น ชุด Pattern Finder ครูสามารถจัดกิจกรรมให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบของแบบรูปและอธิบายลักษณะที่เกิดขึ้นของแบบรูป หรือชุด Cube Tower ครูสามารถจัดกิจกรรมให้นักเรียนมองภาพทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เป็นต้น

ครู นักเรียน หรือผู้ที่สนใจสามารถดาวน์โหลดชุดสื่อคณิตศาสตร์อัจฉริยะ Play Facto ผ่านแท็บเล็ตและสมาร์ทโฟนได้ทั้งระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์ (Android) และไอโอเอส (iOS)

APP  
PlayFacto



## เกมคณิตพิชิตเงินล้าน

เกมคณิตพิชิตเงินล้านจะช่วยส่งเสริมความรู้ในสาระวิชาคณิตศาสตร์เหมาะสำหรับผู้เรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6 และระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในเนื้อหาเรื่องร้อยละ เปอร์เซ็นต์ ทุน กำไร ขาดทุน และดอกเบี้ย โดยการจำลองการทำธุรกิจในลักษณะของเกม ซึ่งผู้เล่นจะได้เรียนรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้ในการดำเนินธุรกิจได้แม่นยำมากขึ้น นอกจากนี้ยังมีเรื่องของดอกเบี้ยเงินกู้ทั้งในและนอกระบบ ซึ่งจะเป็พื้นฐานในการดำเนินชีวิตในอนาคตอีกด้วย ซึ่งครูอาจจะให้นักเรียนเล่นเกมนี้เพื่อเป็นการฝึกฝนเพิ่มเติม

เกมคณิตพิชิตเงินล้านนี้สามารถดาวน์โหลดผ่านแท็บเล็ตและสมาร์ตโฟนได้ทั้งระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์ (Android) และไอโอเอส (iOS)



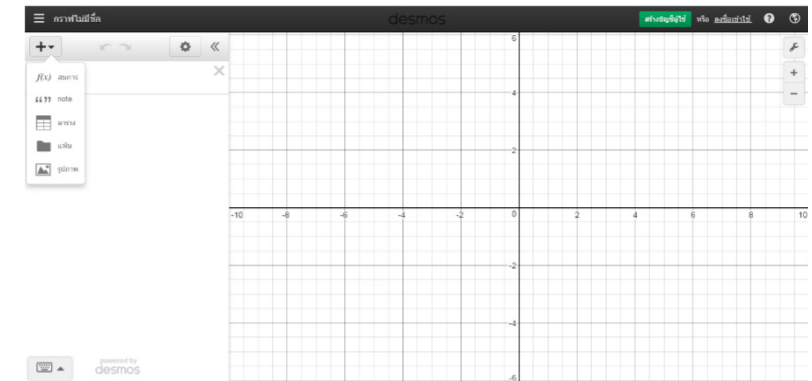
ภาพไอคอนของแอปพลิเคชัน



APP  
เกมคณิตฯ

## Desmos Graphing Calculator

Desmos Graphing Calculator เป็นแอปพลิเคชันเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่เปิดให้ใช้งานฟรีในรูปแบบของเว็บแอปพลิเคชันและแอปพลิเคชันบนแท็บเล็ต สามารถคำนวณค่า เขียนกราฟจากสมการต่าง ๆ ทั้งในระบบพิกัดฉากและระบบพิกัดเชิงขั้ว สร้างตาราง หาอนุพันธ์และปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน แสดงกราฟของฟังก์ชันที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรด้วยตัวเลื่อน คำนวณค่าสถิติและวิเคราะห์สมการถดถอย

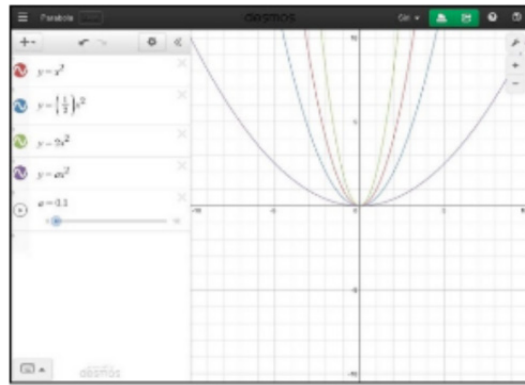


ภาพหน้าจอของแอปพลิเคชันก่อนใช้ในการเรียนการสอน

ครูสามารถนำแอปพลิเคชันนี้ไปช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย เช่น ใช้เป็นสื่อการเรียนการสอนหน้าชั้นเรียน หรือให้นักเรียนช่วยกันสำรวจเพื่อหาคำตอบร่วมกัน เป็นต้น นอกจากนี้ครูสามารถสร้างบทเรียนออนไลน์ให้นักเรียนเข้าไปศึกษาเพิ่มเติมได้เช่นกัน

Desmos Graphing Calculator สามารถใช้งานได้ผ่านเว็บไซต์ [www.desmos.com/calculator](http://www.desmos.com/calculator) หรือดาวน์โหลดผ่านแท็บเล็ตและสมาร์ตโฟนได้ทั้งระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์และไอโอเอส นอกจากนี้สามารถสร้างบทเรียนผ่าน Desmos Activity Builder ได้ที่ [teacher.desmos.com/activitybuilder](http://teacher.desmos.com/activitybuilder) และนักเรียนสามารถเข้าใช้บทเรียนออนไลน์ได้ที่ [student.desmos.com](http://student.desmos.com)

Desmos



ภาพหน้าจอของแอปพลิเคชันก่อนใช้ในการเรียนการสอน

ตัวอย่างการใช้ Desmos Graphing Calculator ในการจัดการเรียนการสอน ในเนื้อหาเกี่ยวกับพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  ซึ่งเป็นสมการของพาราโบลาที่สามารถเขียนกราฟได้ง่าย ครูควรให้นักเรียนศึกษา สรุปรว และสังเกตลักษณะของกราฟของสมการ  $y = ax^2$  โดยพิจารณาแยกเป็น 2 กรณี คือ กรณี  $a > 0$  และกรณี  $a < 0$

ครูควรให้นักเรียนสรุปรว สังเกตและเปรียบเทียบกราฟของสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a$  มีค่าต่าง ๆ กัน เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ที่นำไปสู่ข้อสรุปลักษณะกราฟ และครูอาจให้นักเรียนสังเกตค่า  $a$  ในสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  ว่า มีผลต่อลักษณะของกราฟอย่างไร

นอกจากนี้ ครูควรให้นักเรียนศึกษา สรุปรว สังเกตและเปรียบเทียบกราฟของสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a < 0$  ในลักษณะเดียวกันกับการสรุปรวกราฟของสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  เพื่อให้นักเรียนบอกลักษณะที่เหมือนกันและแตกต่างกันของกราฟของสมการ  $y = ax^2$  ทั้งสองกรณี

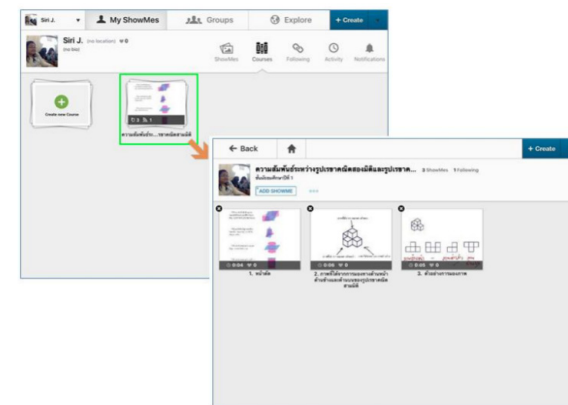


## ShowMe Interactive Whiteboard

ShowMe เป็นแอปพลิเคชันที่ได้รับการพัฒนาขึ้นในรูปแบบของกระดานไวท์บอร์ดที่สามารถบันทึกเสียงและแชร์ลงบนโลกออนไลน์ได้ ครูสามารถใช้แอปพลิเคชันนี้ในการสร้างวิดีโอการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมหรือทบทวนเนื้อหาเดิม แอปพลิเคชันนี้ได้ออกแบบให้ใช้งานบนแท็บเล็ตระบบไอโอเอสซึ่งสามารถใส่รูปภาพ พิมพ์ข้อความที่ต้องการ เขียนและลบข้อความ บันทึกเสียงการสอนพร้อมบันทึกภาพขณะครูสอนในรูปแบบของวิดีโอโดยไม่จำกัดเวลา โดยครูสามารถเลือกได้ว่า วิดีโอแต่ละเรื่องนั้นจะอยู่ในบทเรียน (course) หรือไม่ นอกจากนี้ วิดีโอที่สร้างขึ้นสามารถอัปโหลดขึ้นบนเว็บไซต์หรือแชร์ผ่านโซเชียลมีเดียได้อีกด้วย



ภาพหน้าจอของแอปพลิเคชันก่อนบันทึกการสอน



ภาพไอคอนของแอปพลิเคชัน

ภาพแสดงบทเรียนที่มีเนื้อหาเป็นวิดีโอที่ศึ้นย่อในแอปพลิเคชัน ShowMe

ShowMe Interactive Whiteboard สามารถใช้งานได้ผ่านเว็บไซต์ [www.showme.com](http://www.showme.com) และสามารถดาวน์โหลด ShowMe Interactive Whiteboard ผ่านแท็บเล็ตและสมาร์ทโฟนที่รองรับระบบปฏิบัติการไอโอเอสเท่านั้น



ภาคผนวก

DLIT

## แหล่งความรู้เพิ่มเติม

เว็บไซต์ : Distance Learning Information Technology (DLIT)  
www.dlit.ac.th

Distance Learning Information Technology (DLIT) จัดทำโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) เว็บแอปพลิเคชันนี้ประกอบด้วยส่วนหลัก 5 ส่วน ได้แก่

- ห้องเรียน DLIT ส่วนนี้สามารถเข้าชมการสอนเนื้อหาในเรื่องต่าง ๆ รวมทั้งดาวน์โหลดเอกสารประกอบ ซึ่งครูสามารถเปิดฉาย หรือดาวน์โหลดไว้ใช้ประกอบการสอน
- คลังสื่อการสอน ในส่วนนี้เป็นการรวบรวมสื่อประเภทต่างๆ ได้แก่ วิดิทัศน์ แผนการจัดการเรียนรู้ สื่อ Learning Object และอื่น ๆ ซึ่งครูสามารถเปิดฉาย หรือดาวน์โหลดไว้ใช้ประกอบการสอน
- การพัฒนาวิชาชีพครู เป็นส่วนที่นำเสนอเทคนิคการสอนจากครูไทยและต่างประเทศในทุกรายวิชา ตั้งแต่ระดับปฐมวัยจนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย
- คลังข้อสอบ ในส่วนนี้เป็นระบบคลังข้อสอบมาตรฐานของสำนักทดสอบทางการศึกษา สพฐ.
- ห้องสมุดดิจิทัล เป็นส่วนที่รวบรวมเว็บไซต์ที่มีสื่อประกอบการสอน และใช้สำหรับค้นคว้าเพื่อทำโครงการ

Distance Learning Information Technology (DLIT) จึงนับเป็นสื่อในยุคดิจิทัลอย่างหนึ่งที่ได้รวบรวมสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาเข้าไว้ด้วยกัน เพื่อให้ผู้คนได้เข้าถึงการศึกษาอย่างเท่าเทียมและทั่วถึง

ครู นักเรียน หรือผู้ที่สนใจสามารถเข้าถึงเว็บไซต์ได้ที่ www.dlit.ac.th หรือดาวน์โหลดแอปพลิเคชันผ่านแท็บเล็ตและสมาร์ทโฟนได้ทั้งระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์ (Android) และไอโอเอส (iOS) และวินโดวส์โฟน



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์ DLIT



ภาพไอคอน  
ของแอปพลิเคชัน



QR Code  
เข้าสู่เว็บไซต์  
DLIT

kanchana  
pisek.or.th

เว็บไซต์ : สารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน

โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว

kanchanapisek.or.th/kp6

เว็บไซต์สารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว เป็นเว็บไซต์ที่รวบรวมสารานุกรมสำหรับเยาวชนทั้ง 37 เล่ม ในรูปแบบของหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ (E-Book) รวมทั้งสารานุกรมไทยฉบับอื่น ๆ เช่น สารานุกรมไทย ฉบับเฉลิมพระเกียรติ สารานุกรมไทย ฉบับกาญจนาภิเษก สำหรับสารานุกรมในหมวดคณิตศาสตร์ จะเป็นสารานุกรมเล่มที่ 6 ซึ่งมีด้วยกัน 15 หัวเรื่อง เว็บไซต์สารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว จึงเป็นเว็บไซต์หนึ่งที่เหมาะสมสำหรับการศึกษาหาความรู้ของทั้งครูและนักเรียน



ภาพหน้าจอ  
ของเว็บไซต์  
สารานุกรม  
ไทยสำหรับ  
เยาวชน



QR Code  
เข้าสู่เว็บไซต์  
สารานุกรมไทย  
สำหรับเยาวชน



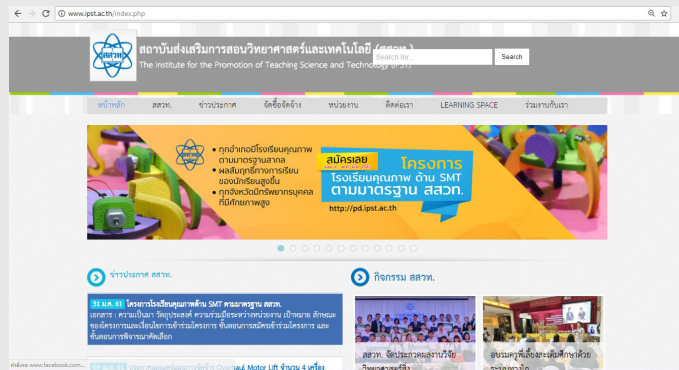


www.  
IPST.  
ac.th

เว็บไซต์ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

www.ipst.ac.th

เว็บไซต์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นเว็บไซต์ที่รวบรวมข่าวสาร กิจกรรม สื่อการเรียนการสอนมากมายทั้งในส่วนของวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ คอมพิวเตอร์ เทคโนโลยีและสะเต็มศึกษาดังนั้น เว็บไซต์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จึงเป็นแหล่งข้อมูลสำคัญที่ครู นักเรียน หรือผู้สนใจทั่วไปใช้ในการสืบค้นข้อมูล และศึกษาหาความรู้ได้เป็นอย่างดี



ภาพหน้าจอ  
ของเว็บไซต์  
สสวท.



QR Code  
เข้าสู่เว็บไซต์  
สสวท.

IPST  
Learning  
Space

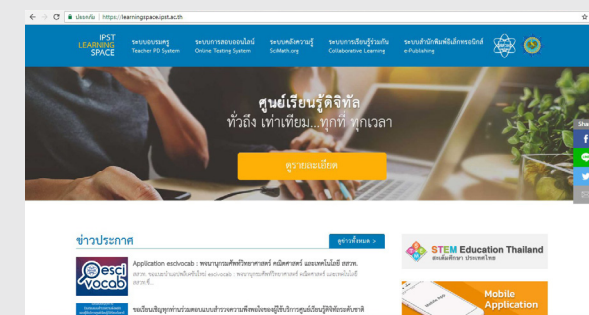
เว็บไซต์ : ศูนย์การเรียนรู้ดิจิทัลระดับชาติด้านวิทยาศาสตร์  
คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

learningspace.ipst.ac.th

เว็บไซต์ศูนย์การเรียนรู้ดิจิทัลระดับชาติด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี (IPST Learning Space) จัดทำขึ้นโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เว็บไซต์นี้ประกอบด้วยระบบหลัก 6 ระบบ ได้แก่

- **ระบบโรงเรียน (School Module)** เพื่ออำนวยความสะดวกต่อการเรียนการสอนในโรงเรียนสำหรับผู้บริหาร ครู และนักเรียน
- **ระบบอบรมครู (Teacher Training Module)** สำหรับการพัฒนาศักยภาพครู และรองรับการปรับเปลี่ยนบทบาทของครูในกระบวนการเรียนรู้ยุคใหม่
- **ระบบคลังสื่อดิจิทัล (Digital Media System)** ครูจะสามารถเลือกสื่อเพื่อนำไปใช้ในการเรียนการสอน รวมทั้งการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง
- **ระบบการสอบออนไลน์ (Online Testing System)** สำหรับการสร้างชุดข้อสอบให้นักเรียนได้ฝึกฝน และวัดระดับความรู้ของตนเอง
- **ระบบการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Learning)** สำหรับการสร้างชุมชนออนไลน์ เครือข่ายการเรียนรู้ ช่วยเหลือ แบ่งปัน และแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกัน
- **ระบบสำนักพิมพ์อิเล็กทรอนิกส์ (e-Publishing)** เพื่ออำนวยความสะดวกในการสร้างหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ที่มีมาตรฐาน และเผยแพร่แบ่งปันในเครือข่ายของผู้ใช้งาน

จะเห็นได้ว่า เว็บไซต์ศูนย์การเรียนรู้ดิจิทัลระดับชาติด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี (IPST Learning Space) เป็นเครื่องมือหนึ่งในการขยายโอกาสในการเข้าถึงการเรียนรู้ที่มีคุณภาพ เพิ่มความเท่าเทียมทางการศึกษา และยิ่งช่วยยกระดับคุณภาพการศึกษาของประเทศไทย



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์  
IPST Learning Space



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์  
IPST Learning Space

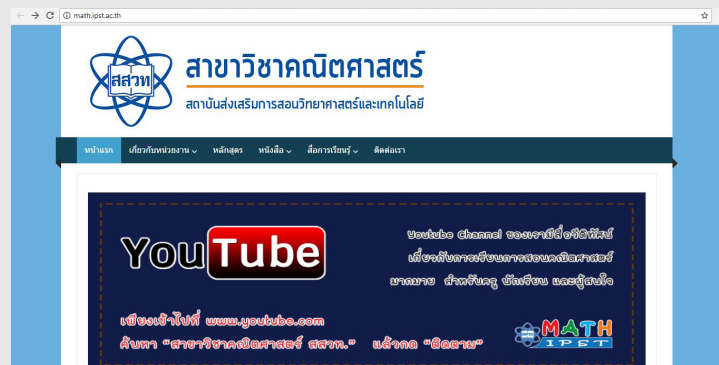


MATH  
IPST

เว็บไซต์ : สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท.

math.ipst.ac.th

เว็บไซต์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท. จัดทำขึ้นโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นเว็บไซต์ที่รวบรวมข่าวสาร กิจกรรม บทความ สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียนอิเล็กทรอนิกส์ (E-Book) ในส่วนของวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย เว็บไซต์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท. จึงเป็นเว็บไซต์หนึ่งที่เหมาะสมสำหรับการติดตามข่าวสาร และใช้ศึกษาหาความรู้ของทั้งครูและนักเรียน



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์ระบบการสอนออนไลน์



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์  
ระบบการสอนออนไลน์  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท.

STEM

เว็บไซต์ : สะเต็มศึกษา ประเทศไทย

www.stemedthailand.org

เว็บไซต์สะเต็มศึกษา ประเทศไทย จัดทำขึ้นโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นเว็บไซต์ที่รวบรวมข่าวสาร กิจกรรม และบทความที่เกี่ยวข้องกับสะเต็มศึกษา เว็บไซต์นี้จึงนับเป็นแหล่งข้อมูลสำคัญเกี่ยวกับสะเต็มศึกษาที่จะช่วยเผยแพร่องค์ความรู้ให้ครู นักเรียน หรือผู้ที่สนใจ เข้าถึงข้อมูลได้ง่าย สะดวก และรวดเร็ว



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์สะเต็มศึกษาประเทศไทย



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์  
สะเต็มศึกษาประเทศไทย



### Online Testing System

เว็บไซต์ : ระบบการสอบออนไลน์

onlinetesting.ipst.ac.th

เว็บไซต์ระบบการสอบออนไลน์ (Online Testing System) จัดทำขึ้นโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นเว็บไซต์ที่ให้นักเรียนเข้ามาทำแบบทดสอบแบบออนไลน์ ทั้งในส่วนของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เว็บไซต์ระบบการสอบออนไลน์ (Online Testing System) จึงนับเป็นเว็บไซต์หนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนและพัฒนาศักยภาพของตนเอง



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์ระบบการสอบออนไลน์



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์ระบบการสอบออนไลน์

### PISA

เว็บไซต์ : ระบบออนไลน์ข้อสอบ PISA

pisaitems.ipst.ac.th

เว็บไซต์ระบบออนไลน์ข้อสอบ PISA ที่ได้รับอนุญาตให้เผยแพร่จัดทำขึ้นโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นเว็บไซต์ที่ให้นักเรียนเข้ามาทำข้อสอบ PISA ในส่วนที่ได้รับอนุญาตให้เผยแพร่ได้ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาศักยภาพของตนเอง รวมทั้งช่วยยกระดับศักยภาพของนักเรียนไทยให้ทัดเทียมกับนานาชาติ



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์ระบบออนไลน์ข้อสอบ PISA



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์ระบบออนไลน์ข้อสอบ PISA

### School Net

เว็บไซต์ : Digital Library for School Net

web.ku.ac.th/schoolnet

เว็บไซต์ Digital Library for School Net เป็นเว็บไซต์ทางการศึกษาที่จัดทำขึ้นภายใต้โครงการพัฒนาเนื้อหาความรู้สำหรับเครือข่ายคอมพิวเตอร์เพื่อโรงเรียนไทย สำหรับเป็นแหล่งเรียนรู้ หรือห้องสมุดดิจิทัลสำหรับเด็กและเยาวชน ในปัจจุบันมีโรงเรียนที่เชื่อมต่อบนเครือข่ายมากกว่า 1,000 โรงเรียน



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์ Digital Library for School Net



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์ Digital Library for School Net



Math  
Association  
Net

เว็บไซต์ : สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์

www.mathassociation.net

เว็บไซต์สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ เป็นเว็บไซต์ที่รวบรวมข่าวสาร เอกสารสิ่งพิมพ์ การอบรมครู และการสอบแข่งขันต่าง ๆ ของสมาคมคณิตศาสตร์ฯ เว็บไซต์นี้จึงนับเป็นแหล่งข้อมูลสำคัญที่ครู นักเรียน หรือผู้สนใจทั่วไปใช้ในการติดตามข้อมูลข่าวสารของทางสมาคมคณิตศาสตร์ฯ ได้เป็นอย่างดี



ภาพหน้าจอ  
ของเว็บไซต์  
สมาคมคณิตศาสตร์  
แห่งประเทศไทยฯ



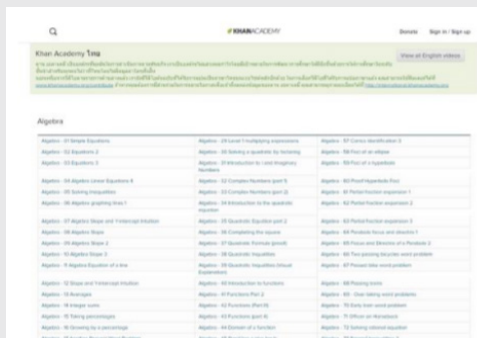
QR Code  
เข้าสู่เว็บไซต์  
สมาคมคณิตศาสตร์  
แห่งประเทศไทยฯ

KHAN

เว็บไซต์ : คาน อะคาเดมี่ ประเทศไทย

th.khanacademy.org

เว็บไซต์คาน อะคาเดมี่ ประเทศไทย เป็นเว็บไซต์ที่นำวิดีโอของคาน อะคาเดมี่ (Khan Academy) ในส่วนของการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาขึ้นไปมาแปลและให้เสียงภาษาไทย โดยมีจุดประสงค์เพื่อช่วยยกระดับคุณภาพการศึกษาไทยให้ดียิ่งขึ้นด้วยการให้การศึกษาระดับชั้นนำสำหรับทุกคน



YouTube

เว็บไซต์ : ยูทูป

www.youtube.com

เว็บไซต์ยูทูป (YouTube) เป็นเว็บไซต์สำหรับการเผยแพร่วิดีโอจากสมาชิก หรือช่อง (Channel) ของหน่วยงานต่าง ๆ ที่ต้องการเผยแพร่วิดีโอของตนเองผ่านระบบออนไลน์ เพื่อให้กลุ่มเป้าหมายเข้าถึงสื่อที่ต้องการเผยแพร่ได้ง่าย และรวดเร็ว ในส่วนของวิดีโอที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์นั้น มีหลายช่องที่มีการเผยแพร่วิดีโอเกี่ยวกับการสอน การจัดกิจกรรม หรือวิดีโอในรูปแบบของการ์ตูนแอนิเมชัน รวมทั้งในรูปแบบของละครสั้นให้ได้ติดตาม เช่น



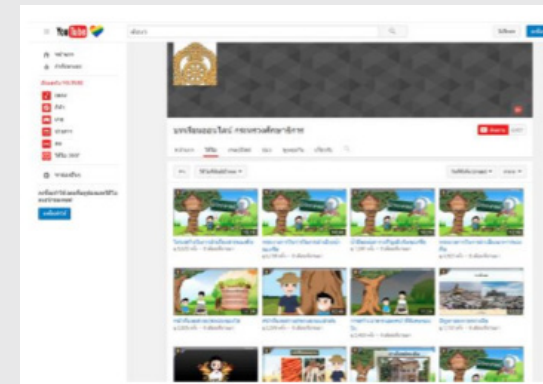
ภาพหน้าจอของเว็บไซต์  
ช่อง “สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท.”

ช่อง “สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท.”

เผยแพร่วิดีโอที่เกี่ยวข้องกับเทคนิคการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ การ์ตูนแอนิเมชัน และคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์  
ช่อง “สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท.”



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์  
ช่อง “บทเรียนออนไลน์ กระทรวงศึกษาธิการ”

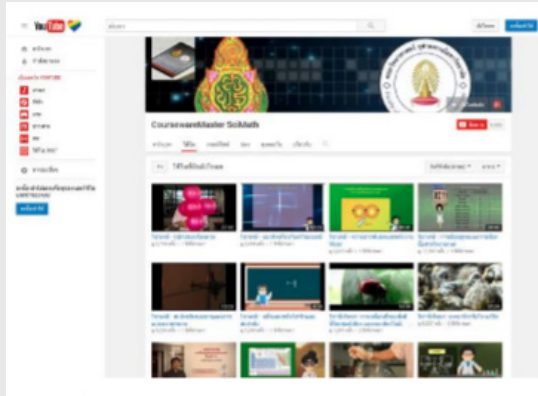
ช่อง “บทเรียนออนไลน์ กระทรวงศึกษาธิการ”  
เผยแพร่วิดีโอที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ และการนำไปใช้ในรูปแบบของการ์ตูนแอนิเมชัน ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์  
ช่อง “บทเรียนออนไลน์  
กระทรวงศึกษาธิการ”



YouTube

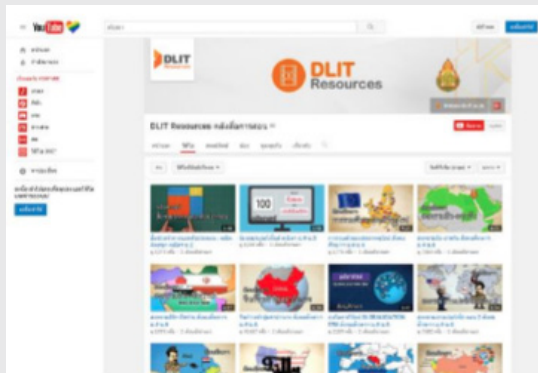


ภาพหน้าจอของเว็บไซต์  
ช่อง "CoursewareMaster SciMath"

ช่อง "CoursewareMaster SciMath"  
เผยแพร่วิดีโอที่เกี่ยวกับเนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยความร่วมมือระหว่างสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) และคณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์  
ช่อง "CoursewareMaster SciMath"



ภาพหน้าจอของเว็บไซต์  
ช่อง "DLIT Resources คลังสื่อการสอน"

ช่อง "DLIT Resources คลังสื่อการสอน"  
เผยแพร่วิดีโอที่เกี่ยวกับเนื้อหาความรู้ในทุกรายวิชา ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย



QR Code เข้าสู่เว็บไซต์  
ช่อง "DLIT Resources  
คลังสื่อการสอน"

## อภิธานศัพท์

### ความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense)

ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสามัญสำนึกและความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนที่อาจพิจารณาในด้านต่าง ๆ เช่น

- เข้าใจความหมายของจำนวนที่ใช้บอกปริมาณ (เช่น ดินสอ 5 แท่ง) และใช้บอกอันดับที่ (เช่น วิ่งเข้าเส้นชัยเป็นที่ 5)
- เข้าใจความสัมพันธ์ที่หลากหลายของจำนวนใด ๆ กับจำนวนอื่น ๆ เช่น 8 มากกว่า 7 อยู่ 1 แต่น้อยกว่า 10 อยู่ 2
- เข้าใจเกี่ยวกับขนาดหรือค่าของจำนวนใด ๆ เมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนอื่น เช่น 8 มีค่าใกล้เคียงกับ 4 แต่ 8 มีค่าน้อยกว่า 100 มาก
- เข้าใจผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวน เช่น คำตอบของ  $65 + 42$  ควรมากกว่า 100 เพราะว่า  $65 > 60$ ,  $42 > 40$  และ  $60 + 40 = 100$
- ใช้เกณฑ์จากประสบการณ์ในการเทียบเคียงถึงความสมเหตุสมผลของจำนวน เช่น การรายงานว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 คนหนึ่งสูง 250 เซนติเมตรนั้นไม่น่าจะเป็นไปได้

ความรู้สึกเชิงจำนวนสามารถพัฒนาและส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้โดยจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่เหมาะสมซึ่งรวมไปถึงการคิดในใจและการประมาณค่า ผู้เรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนดีนั้นจะเป็นผู้ที่สามารถตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้ดีด้วย

### การนึกภาพ (visualization)

การนึกภาพเป็นการนึกถึงหรือวิเคราะห์ภาพหรือรูปเรขาคณิตต่าง ๆ ในจินตนาการเพื่อคิดหาคำตอบ หรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ

### รูปเรขาคณิต (geometric figure)

รูปเรขาคณิตเป็นรูปที่ประกอบด้วย จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ระนาบ ฯลฯ อย่างน้อยหนึ่งอย่าง

- ตัวอย่างของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ (one dimensional geometric figure) ได้แก่ จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รัศมี
- ตัวอย่างของรูปเรขาคณิตสองมิติ (two dimensional geometric figure) ได้แก่ มุม วงกลม รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม
- ตัวอย่างของรูปเรขาคณิตสามมิติ (three dimensional geometric figure) ได้แก่ ทรงกลม ลูกบาศก์ ปริซึม พีระมิด



## ข้อมูล (data)

ข้อมูลเป็นข้อเท็จจริงหรือสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นข้อเท็จจริงของเรื่องที่สนใจ ซึ่งได้จากการเก็บรวบรวม อาจเป็นได้ทั้งข้อความและตัวเลข

## ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### การแก้ปัญหา

การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตนเอง เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม รู้จักตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ รวมถึงมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้ การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้น ดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย

### การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การสื่อสาร เป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความคิดและสร้างความเข้าใจระหว่างบุคคล ผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การสังเกต และการแสดงท่าทาง

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการสื่อสารที่นอกจากนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การสังเกต และการแสดงท่าทางตามปกติแล้ว ยังเป็นการสื่อสารที่มีลักษณะพิเศษ โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน หรือแบบจำลอง เป็นต้น มาช่วยในการสื่อความหมายด้วย

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย หรือการเขียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น

## การเชื่อมโยง

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหา และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีและกะทัดรัดขึ้น ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับผู้เรียนมากยิ่งขึ้น

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ การที่ผู้เรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง และมีความคงทนในการเรียนรู้ ตลอดจนช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

## การให้เหตุผล

การให้เหตุผล เป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่



การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนจะนำไปใช้พัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานและการดำรงชีวิต

### การคิดสร้างสรรค์

การคิดสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐานจินตนาการ และวิจารณญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้ หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดสร้างสรรค์มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดพื้น ๆ เพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีกระบวนการคิดจินตนาการในการประยุกต์ ที่จะนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่และมีคุณค่าที่คนส่วนใหญ่คาดคิดไม่ถึงหรือมองข้าม ตลอดจนส่งเสริมให้ผู้เรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้อยากเห็น อยากรค้นคว้าและทดลองสิ่งใหม่ ๆ อยู่เสมอ

### คำถามทางสถิติ

ลักษณะของคำถามทางสถิติ ควรจะแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบสามส่วนสำคัญได้แก่

1. ระบุสิ่งที่ต้องการศึกษาได้
2. มีกลุ่มบุคคลหรือสิ่งที่จะเก็บรวบรวมข้อมูลที่หลากหลาย
3. สามารถคาดการณ์ได้ว่าคำตอบที่เกิดขึ้นมีความแตกต่างกัน

## บรรณานุกรม

- Agresti, A., & Franklin, C. (2013). *Statistics: The art and science of learning from data* (3rd ed.). Pearson Education.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- Cambridge International Examination. (2015). *Evaluation of the Thai Primary Curriculum for Mathematics and Science*. Unpublished document.
- Cambridge International Examination. (2016). *Evaluation of the Thai Secondary Curriculum for Mathematics and Science*. Unpublished document.
- Edwards, S. Kemp, A. T., & Page, C. T. (2014). The middle school philosophy: Do we practice what we preach or do we preach something different? *Current Issues in Middle Level Education*, 19 (1), 13-19.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre K – 12 curriculum framework*. American Statistical Association.
- Franklin C., Kader, G., Bargagliotti, A., Scheaffer, R., Case C., & Spangler D. (2015). *Statistical education of teachers*. American Statistical Association.
- Earl, L. M. (2006). *Assessment as learning: Using classroom assessment to maximize student learning*. Corwin Press.
- Manitoba Education, Citizenship and Youth. (2016, November 11). *Rethinking classroom assessment with purpose in mind: assessment for learning, Assessment as Learning, Assessment of Learning*. Retrieved from [https://www.edu.gov.mb.ca/k12/assess/wncp/full\\_doc.pdf](https://www.edu.gov.mb.ca/k12/assess/wncp/full_doc.pdf)
- MathIsFun. (2016, September 11). *Real world examples of quadratic equations*. Retrieved from <http://www.mathsisfun.com/algebra/quadratic-equation-real-world.html>
- National Council of Teachers of Mathematics, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swaffold, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Educational, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.
- Partnership for 21<sup>st</sup> Century Skills. (2016, November 11). *P21 common core toolkit: A guide to aligning the common core state standards with the framework for 21<sup>st</sup> century skills*. Retrieved from <http://www.p21.org/storage/documents/P21CommonCoreToolkit.pdf>







### คณะผู้ร่วมพิจารณาร่างคู่มือการใช้หลักสูตร

นายदनัย ยังกง	ผู้เชี่ยวชาญพิเศษ สสวท.
ดร.ปานทอง กุลนาถศิริ	ผู้เชี่ยวชาญพิเศษ สสวท.
ผศ.ลัดดาวัลย์ เพ็ญสุภา	ผู้เชี่ยวชาญ สสวท.
นายสมนึก บุญพาไสว	ผู้เชี่ยวชาญ สสวท.
นางสุวรรณา คล้ายกระแสด	ผู้เชี่ยวชาญ สสวท.
นางชมัยพร ตั้งตน	ผู้เชี่ยวชาญ สสวท.
ผศ.มาลินท์ อธิธิรส	ผู้อำนวยการ สสวท.
รศ.ดร.อัมพร มีาคนอง	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
อ.ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ผศ.ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รศ.ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร	มหาวิทยาลัยบูรพา
ศ.ดร.ฉวีวรรณ รัตนประเสริฐ	มหาวิทยาลัยศิลปากร
นางนงนุช ผลทวี	โรงเรียนทับปุดวิทยา
นางวัลลภา บุญวิเศษ	โรงเรียนเบ็ญจะมะมหาราช
นายมานัส ทิพย์สัมฤทธิ์กุล	โรงเรียนสงวนหญิง
นายถนอมเกียรติ งานสกุล	โรงเรียนสตรีภูเก็ต
นางมยุรี สาลีวงศ์	โรงเรียนสตรีสิริเกศ
นางสาวกัลยาณี แคนยุกต์	นักวิชาการอิสระ

### คณะบรรณาธิการ

นายदनัย ยังกง	ผู้เชี่ยวชาญพิเศษ สสวท.
นางชมัยพร ตั้งตน	ผู้เชี่ยวชาญ สสวท.



**สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี**

Institute for the Promotion of  
Teaching Science and Technology

924 ถนนสุขุมวิท แขวงพระโขนง  
เขตคลองเตย กรุงเทพฯ 10110

**Call Center** 0-2335-5222

**โทรศัพท์** 0-2392-4021

**โทรสาร** 0-2381-0750

**[www.ipst.ac.th](http://www.ipst.ac.th)**

